

I/45

Math. P.

527^{ng}₂

ÜBUNGSBUCH

ZUR

A L G E B R A

VON

ADOLF SICKENBERGER

PROFESSOR AM K. LUITPOLDGYMNASIUM IN MÜNCHEN.

ERSTE ABTHEILUNG

ERSTE UND ZWEITE STUFE DER RECHNUNGSARTEN
EINSCHLIESSLICH DER LINEÄREN GLEICHUNGEN MIT EINER UND
MEHREREN UNBEKANNTEN.

MÜNCHEN
THEODOR ACKERMANN
KÖNIGLICHER HOF-BUCHHÄNDLER

1890.

30B

ÜBUNGSBUCH

ZUR

ALGEBRA

VON

ADOLF SICKENBERGER

PROFESSOR AM K. LUITPOLDGYMNASIUM IN MÜNCHEN.

ERSTE ABTHEILUNG

ERSTE UND ZWEITE STUFE DER RECHNUNGSARTEN
EINSCHLIESSLICH DER LINEÄREN GLEICHUNGEN MIT EINER UND
MEHREREN UNBEKANNTEN.

MÜNCHEN

THEODOR ACKERMANN

KÖNIGLICHER HOF-BUCHHÄNDLER

1890.

GRUNDSATZ

A L G E B R A



INSTITUT FÜR MATHEMATIK

VERGLEICHENDE UND NUMERISCHE ANALYSE

LEHRBUCH FÜR DIE OBERSTUFEN DER HÖHEREN LEHRANSTALTEN

VON DR. THEODOR V. KEMPNER

MÜNCHEN

THEODOR V. KEMPNER

VERLAG VON J. NEUBAUER

1898

Vorwort.

Die ungemein günstige Aufnahme, welche mein vor Jahresfrist herausgegebener „Leitfaden der elementaren Mathematik“ gefunden hat, sowie der von mehreren Seiten bestimmt ausgesprochene Wunsch, legen mir die Pflicht auf, jenen Leitfaden durch eine Beispielsammlung zur Algebra zu ergänzen. Die Vorteile, welche eine vollkommene Übereinstimmung von Lehr- und Übungsbuch für den Unterricht bietet, liegen auf der Hand. Es ist daher die Sammlung ganz genau dem Lehrtext angepaßt, selbstverständlich ist aber der Gebrauch der Sammlung auch ohne das Lehrbuch denkbar, wo dies etwa aus äußeren Gründen wünschenswert sein sollte.

Der Wert einer Beispielsammlung liegt meiner Ansicht nach vor allem in der hinreichend großen Anzahl, dann aber ganz besonders in der richtigen Auswahl und passenden Anordnung der Beispiele. Hierauf sowie auf fehlerfreien Druck richtete sich mein Hauptaugenmerk. Ich hoffe, daß beim Gebrauch des Buches diese Eigenschaften zur Anerkennung gelangen werden.

Die Zerlegung in zwei Abteilungen entspricht der Anordnung des „Leitfadens“ und soll die Anschaffung des Buches erleichtern. Mit Rücksicht auf den Lehrplan der bayerischen Realschulen ist der ersten Abteilung ein Anhang über Potenzen mit ganzen absoluten Exponenten beigegeben, welcher an der Spitze der zweiten Abteilung wiederkehren wird.

München, 31. Juli 1889.

Adolf Sickenberger.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
II. Addition (Zahl der Beispiele 76)	1
III. Subtraktion („ „ „ 406)	2
IV. Multiplikation („ „ „ 430)	9
V. Division („ „ „ 734)	16
Vermischte Beispiele („ „ „ 84)	35
VI. Lineäre Gleichungen mit einer Unbekannten („ „ „ 774)	41
VII. Proportionen („ „ „ 106)	70
VIII. Lineäre Gleichungen mit mehreren Unbekannten („ „ „ 621)	72
Zusammen	3231

Anhang. Potenzen mit ganzen absoluten Exponenten	97
--	----

II. Addition.

§ 2-5.

1. [2. 3. 4. 5.] Ich habe a $[f, x, 5, m]$ M ; mein Freund hat b $[h, z, 4, 7]$ M ; wieviel haben wir beide zusammen?

6. [7. 8.] Eine Stadt hat e $[n, 17000]$ Einwohner, eine andere i $[1000, 13000]$ Einwohner; wieviel Einwohner haben beide Städte zusammen?

9. [10. 11.] Von A bis B sind a $[r, 15]$ km ; von B bis C sind b $[s, 20]$ km ; von C bis D sind c $[19, 35]$ km ; wie weit ist von A über B und C nach D ?

12. [13. 14.] In einem Keller liegen vier Fässer mit x $[25, n]$ l , y $[31, r]$ l , z $[27, 19]$ l , 50 $[63, 28]$ l ; wieviel halten die vier Fässer zusammen?

15. [16. 17.] Wie heißt die in der Zahlenreihe nach x $[n, 13]$ zunächstfolgende Zahl? desgleichen die zweitfolgende, drittfolgende u. s. w.?

18. [19. 20. 21.] Welche Zahl ist um t $[3, z, 17]$ größer als s $[x, 26, 43]$?

22. [23. 24.] Welches ist die Summe der Zahlen m $[4, 28]$ und n $[v, 52]$?

25. [26. 27. 28.] Welche Zahl ist um x $[29, a, 41]$ größer als die Summe der Zahlen y $[r, b, 25]$ und z $[31, 4, 34]$?

29. [30. 31. 32.] Addiere die Summen aus a $[g, 21, m]$ und b $[17, 54, 3]$ einerseits, u $[h, 38, 5]$ und v $[28, 87, p]$ andererseits.

33. [34. 35.] Von drei Zahlen ist die zweite um z $[15, 27]$ größer als die erste, die dritte um p $[12, 36]$ größer als die zweite, die erste Zahl ist q $[m, 54]$; welches ist die zweite und dritte Zahl?

36. $8r+5r$. 37. $9s+7s$. 38. $16m+m$. 39. $n+5n$.

40. $4x+2x+x$. 41. $8z+3z+5z$

42. $2a+5a+7a+6a$.

43. $a+4$. 44. $x+y$. 45. $p+q+r$. 46. $2a+7b+5$.

47. $2i+3i+7$. 48. $5l+4l+k$. 49. $8r+3+4r$.

50. $p+q+5p$. 51. $5c+8c+4d+d$.

52. $3+7g+9+15g$. 53. $4x+2x+x+9y+5y+2y$.

54. $12+15r+8+14r+3+r$.

55. $5a + 3b + 7c + 2d + 3a + b + 2c + d$.
 56. $9u + 2v + 6u + 7v + 4v + 3u + 2v + u$.
 57. $18 + 21l + 2m + 3l + 15 + 4r + 7l + 9s$.
 58. $a + (b + c)$. 59. $(x + y) + z$. 60. $(x + y) + (u + v)$.
 61. $(a + b + c) + (d + e)$. 62. $x + [y + (z + 1)]$.
 63. $[a + (b + c)] + [(i + k) + l]$.
 64. $5r + (2s + 4r)$. 65. $(7x + 3) + 4$.
 66. $(8x + 5y) + (4x + 3y)$. 67. $(4m + n) + (3m + r)$.
 68. $2a + (4a + 6b + c)$. 69. $(5x + 3x + 2y) + 3$.
 70. $(7x + 2z) + (5x + z) + (x + 3z)$.
 71. $(4a + b + 6c) + (5a + 2b + 7c)$.
 72. $2a + [5b + (7a + 2b)]$. 73. $[6m + (7n + 3)] + 4m$.
 74. $[2a + (4b + 6c)] + [(5a + b) + 2c]$.
 75. $[(2a + b) + (c + 5d)] + [(4a + 2b) + (2c + 7d)]$.
 76. $2m + \{ [4n + (3q + 2s)] + [(4n + 2q) + (6r + 2s)] \}$
 $+ [5m + (3n + 5q)] + (2 + 7s) + 5r$.

III. Subtraktion.

§ 6—7.

1. [2. 3. 4. 5.] In einem Saal sind a [s, n, 230, 87] Personen; es gehen b [u, 25, 93, x] Personen hinaus; wieviel Personen bleiben zurück?

6. [7. 8. 9.] Ich hatte im Besitz c [l, m, 100] M ; hievon habe ich ausgegeben g [k, 31, z] M ; wieviel habe ich noch?

10. [11. 12. 13.] In einer Wagschale liegen a [x, 517, 1000] mg , in der andern q [z, u, 999] mg ; welches ist der Gewichtsunterschied?

14. [15. 16.] Wie heißt die in der Zahlenreihe der Zahl z [m, 35] nächstvorhergehende Zahl? desgleichen die zweitvorhergehende, drittvorhergehende u. s. w.?

17. [18. 19.] Welche Zahl ist um n [18, 49] größer als m [w, 161]?

20. [21. 22.] Welches ist die Differenz der Zahlen r [15, 37] und s [i, 32]?

23. [24. 25.] Um wieviel ist die Zahl k [f, 100] größer als die Zahl l [13, 69]?

26. [27. 28.] Um wieviel ist die Zahl q [x, 247] kleiner als die Zahl s [15, 300]?

29. $7a - 3a$. 30. $8m - 5m$. 31. $17r - 15r$.
 32. $9s - s$. 33. $11q - q$. 34. $2m - m$. 35. $5z - 4z$.
 36. $16r - 5$. 37. $3x - y$. 38. $u - v$.

§ 8.

1. [2. 3. 4. 5. 6.] Eine Straße steigt um a [16, 23, 45, 19, 28] m und fällt dann um b [11, 26, 34, 29, 28] m ; um wieviel ist die Straße gestiegen?

7. [8. 9. 10. 11. 12.] Eine Schule hat m [49, 157, 76, 92, 180] Schüler Zugang und n [43, 168, 79, 92, 150] Schüler Abgang; wie groß ist der Zugang?

13. [14. 15. 16. 17. 18.] Ein Brunnen hat x [53, 497, 386, 48, 500] hl Zufluß und y [50, 600, 386, 50, 200] hl Abfluß; wie groß ist der Zufluß?

19. [20. 21. 22. 23. 24.] Ein Unternehmer gewinnt z [14000, 750, 8000, 21000, 16500] M und verliert n [15500, 650, 9000, 20000, 16500] M ; welches ist sein Gewinn?

25. [26. 27. 28. 29. 30.] Ich habe eingenommen e [13, 570, 82, 53, 673] fl und ausgegeben f [10, 470, 82, 60, 700] fl ; welches ist meine Einnahme?

31. [32. 33. 34. 35. 36.] Ein Kaufmann hat x [45000, 72500, 100000, 9500, 360000] fr Guthaben (Aktiva) und y [57000, 62500, 34000, 10000, 80000] fr Schulden (Passiva); welches ist sein Vermögen?

37. $5 - 9$. 38. $4 - 10$. 39. $27 - 28$. 40. $54 - 69$.
 41. $23 - 23$. 42. $187 - 187$.

43. $5a - 9a$. 44. $18n - 20n$. 45. $4r - 8r$.
 46. $5x - 6x$. 47. $13y - 14y$. 48. $21u - 21u$.
 49. $12z - 12z$.

§ 9.

1. [2. 3. 4.] Was ergeben $+15 M$ [$+200 M$, $-37 M$, $-6000 M$] Vermögen und $+18 M$ [$-50 M$, $+27 M$, $-3000 M$] Vermögen?

5. [6. 7. 8.] Ich habe eingenommen: $+42 M$ [$+180 \text{ fl}$, -35 fr , $-800 M$] und dann $+18 M$ [-200 fl , $+50 \text{ fr}$, $-300 M$]; wieviel besitze ich?

9. [10. 11. 12.] Die Bevölkerungszunahme einer Stadt betrug in einem Jahr $+850$ [$+2300$, -1400 , -50] Seelen, im darauffolgenden Jahr $+250$ [-1200 , $+500$, -140] Seelen; welches war die Bevölkerungszunahme?

13. $+9+6$, $+9-6$, $-9+6$, $-9-6$, ebenso die Veränderungen von 14. $+17+18$. 15. $+23+31$. 16. $+14+15$. 17. $+7+7$. 18. $7a+4a$. 19. $+4r+5r$.

20. $+5p+5p$. 21. $15+18$. 22. $17+24$. 23. $19-13$. 24. $11-8$. 25. $27-21$. 26. $-15-1$. 27. $-42+38$. 28. $-17+25$. 29. $29-30$. 30. $-1-9$. 31. $-15+12$. 32. $-18+18$. 33. $31-31$. 34. $8a+6a$. 35. $5r-9r$. 36. $4x+3x$. 37. $2m-7m$. 38. $-3n-n$. 39. $-16u-15u$. 40. $2q+11q$. 41. $-40s+50s$. 42. $-23t-14t$. 43. $-16s+4s$. 44. $0u-29u$. 45. $-51z+51z$. 46. $7v-7v$.

§ 10.

1. [2. 3. 4.] Das Vermögen eines Kaufmanns besteht aus folgenden Beträgen: $+5000 M$ [$+13000 M$, $-4000 fl$, $-2000 fr$], $+7500 M$ [$-9000 M$, $+6000 fl$, $-8000 fr$], $-2000 M$, [$+12000 M$, $-2000 fl$, $+9500 fr$]; welches ist der Vermögensstand?

5. [6. 7.] Auf einer Eisenbahnstrecke betragen die Steigungen: $+8 m$ [$+27 m$, $-13 m$], $+5 m$ [$-14 m$, $-4m$], $-12 m$ [$+10 m$, $+3 m$], $+6 m$ [$23 m$, $-6 m$]; welches ist die Gesamtsteigung?

8. [9. 10.] Das Thermometer stand auf $+17^{\circ}$ [$+34^{\circ}$, -8°]; in den vier folgenden Tagen ist es gestiegen je um $+3^{\circ}$ [-4° , -2°], -10° [-15° , $+6^{\circ}$], -2° [-1° , -9°], $+7^{\circ}$ [-6° , -3°]; welches war der schließliche Stand?

11. $9+11-8$. 12. $-5+12-13$. 13. $7-11+8$. 14. $-2a+9a-7a$. 15. $x-5x-6x$. 16. $2z-9z+10z$.

17. $15+13-11-9$. 18. $-2+5-7+4$. 19. $21x-12x-5x-6x$. 20. $-15y+3y+8y+5y$.

21. $-13+18+12-45+26$. 22. $51m-20m-17m-5m-8m$. 23. $12-14+8-2+17-20$. 24. $-23g+15g+18g-27g-14g-g$. 25. $-17+23-24-31+29-19+54-15$. 26. $-52a+18a+26a+15a+16a+a+7a-41a$. 27. $17+42-57+68-44+57$. 28. $37-45-99+64+45+100-38-60$. 29. $11b-7b-5b+13b-11b+b-4b$. 30. $-14x+26x-53x+74x-6x-26x+53x-70x$.

31. $15m + 7m - 3r$. 32. $-4y - 3y + 6z$.
 33. $-16 + 15a - 14$. 34. $10y - 14x + 15x$.
 35. $9a + 2b - 7a - 2a$. 36. $-14u + 15v - 2u - 4u$.
 37. $4a + 8b - 2a + b$. 38. $8c - 3d - c + 6d$.
 39. $23i - 27i - 14k + 16k$. 40. $12f + 19 + 1 - 8f$.
 41. $-18a + 2b - 4a + 6b + 23a$.
 42. $100 - 5m + 3m - 6m - 8m$.
 43. $4p + 3q - 7r - 3p - 4q + 6r$.
 44. $-10x - 4y + 8z - 2x + 9y + z$.
 45. $22a - 5b - 17a + 3b - 4a + b$.
 46. $-5r + 6s - 3r + 2s - 4r + 7s$.
 47. $19a - 16b + 15c - 13d - 18a + 17b - 15c + 13d$.
 48. $-10 + 2x + 7y - 4z + 10 + 8x - 8y - 6z$.
 49. $2a + 6b - 3a - 4b + 5a - 8b - a - b - 10a - 12b$.
 50. $12u - 17v - 19w - 8u - 3v + 4w - 2u + 18v + 13w$.
 51. $16x + 2y - 4z + 19x - 5y + 8z - 14x + 6y - z - 20x - 4y - 3z$.
 52. $12 + p + 7q + 9r - 15 - 8p - 5q + 13r + 3 + 10p - 2q - 20r$.

§ 11.

1. [2. 3. 4. 5. 6.] In einem Fasse sind a l [m l , 43 l , 64 l , $(x + y)$ l , $(n - 7)$ l]; es fließen zu $(b + c)$ l [$(r - s)$ l , $(20 + 7)$ l , $(17 - 3)$ l , z l , 15 l]; wieviel ist in dem Faß?

7. [8. 9. 10.] Ein Grundbesitz besteht aus n ha [r ha , 200 ha , 157 ha]; derselbe hat sich um $(x + y)$ ha [$(r - s)$ ha , $(37 + 13)$ ha , $(42 - 35)$ ha] gemindert; wie groß ist der Besitz?

11. [12. 13. 14.] Eine Klasse hat $(a + b)$ [$(x - y)$, $(12 + 17)$, $(43 - 8)$] Schüler, eine andere $(c + d)$ [$(u - v)$, $(23 - 6)$, $(15 + 13)$] Schüler; wieviel Schüler haben beide Klassen zusammen?

15. [16. 17. 18.] Das Vermögen des A beträgt $(a + b)$ M [$(1500 + 1800)$ M , $(9000 - 2000)$ fl , $(x - y)$ fr]; das Vermögen des B beträgt $(c + d)$ M [$(2600 - 300)$ M , $(8000 + 4000)$ fl , $(u - v)$ fr]; um wieviel ist das Vermögen des A größer als das Vermögen des B ?

19. [20.] Welche Zahl ist um die Summe der Zahlen m und n [19 und 11] größer als x [50]?

21. [22.] Welche Zahl ist um die Summe der Zahlen p und q [37 und 23] kleiner als n [59]?

23. [24.] Suche eine Zahl, welche um die Differenz der Zahlen x und y [36 und 28] größer ist als z [30].

25. [26.] Suche eine Zahl, welche um den Unterschied der Zahlen u und v [29 und 17] kleiner ist als x [18].

27. [28.] Welches ist der Unterschied der Summen aus a und b [22 und 54] einerseits, p und q [43 und 15] andererseits?

29. [30.] Welches ist die Summe der Unterschiede zwischen i und l [49 und 35] einerseits, r und t [23 und 19] andererseits?

31. [32.] Um wieviel ist der Unterschied zwischen c und f [48 und 29] größer als der Unterschied zwischen u und w [39 und 34]?

33. $x + (a + b)$. **34.** $x + (a - b)$. **35.** $x - (a + b)$.
36. $x - (a - b)$. **37.** $(a + b) + m$. **38.** $(a + b) - m$.
39. $(a - b) + m$. **40.** $(a - b) - m$. **41.** $-(a + b) + m$.
42. $-(a + b) - m$. **43.** $-(a - b) + m$. **44.** $-(a - b) - m$.
45. $(a + b) + (c + d)$. **46.** $(a + b) + (c - d)$. **47.** $(a + b) - (c + d)$.
48. $(a + b) - (c - d)$. **49.** $(a - b) + (c + d)$. **50.** $(a - b) + (c - d)$.
51. $(a - b) - (c + d)$. **52.** $(a - b) - (c - d)$.

53. $x + (a + b - c)$. **54.** $x - (a + b - c)$. **55.** $x + (a - b - c)$.
56. $x - (a - b - c)$. **57.** $x + (-a + b + c)$. **58.** $x - (-a + b + c)$.
59. $(a - b - c) + d$ $-(a - b - c) - d$.
60. $(a - b + c) + d$ $-(a - b + c) - d$.
61. $-(-a - b + c) + d$. **62.** $-(-a - b + c) - d$.
63. $(a + b - c) + (d + e)$. **64.** $-(a + b - c) + (d - e)$.
65. $(a - b - c) - (d + e)$. **66.** $-(a - b - c) - (d - e)$.
67. $(-a - b + c) + (-d + e)$. **68.** $-(a - b + c) - (-d - e)$.
69. $(a - b - c) + (d - e - f)$. **70.** $(a - b - c) - (d - e - f)$.
71. $-(a - b + c) + (-d + e - f)$. **72.** $-(a - b + c) + (-d + e - f)$.
73. $(-a - b + c) + (-d - e + f)$.
74. $-(a - b + c) - (-d - e + f)$. **75.** $(a + b) + (c - d) - (e + f)$.
76. $(a - b) - (c + d) - (e - f)$. **77.** $-(a + b) + (-c + d) - (e - f)$.
78. $-(a + b) - (-c + d) - (e - f)$.
79. $(-a - b) + (-c + d) - (-e - f)$.
80. $-(a - b) - (-c + d) - (-e - f)$.

81. $a + [b + (c - d)]$. **82.** $a + [b - (c + d)]$.
83. $a - [b + (-c + d)]$. **84.** $a - [b - (-c + d)]$.
85. $-a + [-b + (-c + d)]$. **86.** $-a - [-b - (-c - d)]$.
87. $[(a - b) + (c - d)] + (e - f)$. **88.** $[(a - b) - (c - d)] - (e - f)$

89. $[-(a-b) + (-c+d)] + (e+f).$
 90. $[-(-a+b) - (c-d)] - (e+f).$
 91. $-(a+b) - (c+d) + (e-f).$
 92. $-[(a-b) + (c-d) - (-e+f)].$
 93. $-[-(a+b) + (-c-d)] + (e-f).$
 94. $-[-(-a-b) - (-c-d)] - (-e-f).$
 95. $[a + (b+c)] + [e - (f-g)].$
 96. $[a - (b-c)] - [-e + (-f+g)].$
 97. $-[(a+b) - c] + [-(e-f) - g].$
 98. $-[-(-a-b) + c] - [-(-e+f) - g].$
 99. $[(a-b) + c] - [d + (e-f)] + [(g+h) + i].$
 100. $-[a - (b+c)] + [-(d+e) - f] - [(-g+h) + i].$
 101. $[-(-a-b) - c] + [-d - (-e+f)] + [-(g-h) + i].$
 102. $-[-(-a+b) + c] + [(d+e) + f] - [g - (-h+i)].$
 103. $a + \{b - [c + (d-e)]\}.$
 104. $a - \{-b + [-c - (d-e)]\}.$
 105. $-a + \{-b - [c - (-d+e)]\}.$
 106. $-a - \{-b - [-c - (-d-e)]\}.$
 107. $\{[-(a-b) + c] - d\} + e.$ 108. $\{--[(a-b) - c] - d\} - e.$
 109. $\{[(-a+b) + c] - d\} + e.$
 110. $- \{--[-(-a-b) - c] - d\} - e.$
 111. $13a + (5a - 2b) + (7c + 3d) - (4d - e).$
 112. $(15x - 12y + 13z) - (4x - 9y + 12z).$
 113. $(3a - 7b) + (-2a - 3b) - (5a + 6b) - (-a + 7b).$
 114. $8a + (b - 8c + 3d) - (2a + 6b - 4c) - (d + 9).$
 115. $5p - 3q - (4 + 3q + 7s) + (-2p + 8q - 15) - (9p + 3t - 4) + (2q + 9) - u.$
 116. $-(4f + 2g + 5h + i) + (2f - 10g - 6h + 9i) + (-f - 5g + 8h - 7i) - (-4f - 17g - 3h).$
 117. $-(-p + 8q + 7s - u) + (-5p - 9q + 6s + v) + (3p - q - 6s + w) - (-p - 18q - 7s - 1).$
 118. $8a - 5b - (2c + 3d - 4a - 6b) + (5c - 2d + 3a - 2b) - (-c + d + 7a - 4b) + (-6c - 3d - 5a - 2b) + 4c - d.$
 119. $8i - [2k + (3i - 7k)].$ 120. $15m - [4n - (14m + 3n)].$
 121. $[(12r + 6s) - 8r] - 7s.$ 122. $-[-(14 - 17a) + 13] - 9a.$
 123. $(2a - 8b) - [(7a - 4b) - (5a + 6b)].$
 124. $[(2m + 3n + 4p) - 8q] + (-2m - 4n + 6p) + 8q.$
 125. $-[-(12x - 3y + 8z) - 5] - (11x - 4y + 8z) - 5.$
 126. $17a - [4b + (6c - 3d) + (-4a - 2b) - (5c - d)] + [(-8a + 9b) - (6c - 4d) - (12a + 6b) + 7c] - 6d.$
 127. $20k - \{15l - [17k - (4l + 9)]\}.$
 128. $14r - \{-15s + [-13t + (2r - 4s) + 8t] - 5r\} + 2s$

129. $\{9a - [15b - (7c + 3)] - [(26 + 8c) - 4] + 9\} - \{ -4a + [-(-8b + 2c) + (4a - 9)] - [5b + (2c - 4a) - 8]\} - 6b.$
 130. $7x - \{5y - [3z - (5 + 2z) + (-4y + 8x) - 9] + [-(3x + 5z) + (-2y + 8) - 16] - (4y + 3z)\} - x.$

In den nachfolgenden Ausdrücken sollen an den bezeichneten Stellen Klammern gesetzt werden: 131. $a + (b + c).$

132. $a + (b - c).$ 133. $a - (b + c).$ 134. $a - (b - c).$ 135. $(a + b) - c.$

136. $(a - b) + c.$ 137. $-(a + b) + c.$ 138. $-(a - b) + c.$

Desgleichen: 139. $x + (2a - 5b + 6c).$

140. $x - (7a - 2b + 8c).$ 141. $(6a - 3b) + (5c - 3d).$

142. $(5m - 3n) - (2p + 7q).$ 143. $-(4x - 2y) + 5z - 9).$

144. $-(8r + 6s) - (2t + u).$

145. $5m + x - 3y = 5m - (\dots).$

146. $2x + 7y - 8z + 9 = 2x - (\dots).$

147. $3p + 4q - 5s = -(\dots).$

148. $2z - 5u + 3v - 7w + 1 = -(\dots).$

149. $a + [b - (c + d)].$ 150. $a + [b + (c - d)].$

151. $a - [b + (c - d)].$ 152. $a - [b - (c - d)].$

153. $[a - (b + c)] - [d + (e - f)].$ 154. $-[a + (b - c)] + [d - (e - f)].$

§ 12.

Man berechne die Summe der Zahlen 1. [2. 3. 4.] $+a [-x, +16, -28]$ und $+b [+z, -13, -17].$

5. [6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.] Man berechne den Unterschied der Zahlen $+a [+u, -x, -z, +19, +25, -37, -40]$ und $+b [-v, +y, -n, +13, -20, +32, -36].$

13. [14.] Ich habe meine Einnahmen um $a M$ [300 M] gemehrt, und meine Ausgaben um $b M$ [200 M] gemindert; um wieviel habe ich mich verbessert?

15. [16.] Meine Aktiva sind um $n M$ [40000 M] gefallen, und meine Passiva um $r M$ [2000 M] gestiegen; um wieviel hat sich mein Vermögen gehoben?

17. [18.] Der Haushaltvoranschlag einer Stadt berechnet einen Überschuß von $x M$ [250000 M]; es ergeben sich $a M$ [90000 M] Mehreinnahmen, $b M$ [45000 M] Mindereinnahmen, $c M$ [80000 M] Mehrausgaben, $d M$ [35000 M] Minderausgaben; welches wird der wirkliche Überschuß?

19. $7 + + 3, 7 + - 3, 7 - + 3, 7 - - 3$, desgleichen die Veränderungen mit 20. $5 + + 11$. 21. $25 + + 43$.
 22. $8a + + 4a$. 23. $15q + + 16q$. 24. $z + + z$.
 25. $-15 + + 13$. 26. $-19 + + 26$. 27. $-8m + + 7m$.
 28. $+ + 12 + 7$. 29. $+ + x + 6x$. 30. $+ + 5s - 8s$.
 31. $+ + 17 + + 11$. 32. $+ + 19 + + 12$.
 33. $+ + 7y + + 3y$. 34. $+ + 28 + + 19$.
 35. $- + 27 - - 15$. 36. $+ - 46 - + 35$. 37. $- - 29 + + 50$.
 38. $+ - 37 - + 52$. 39. $- + 62 - - 100$. 40. $+ + 4t - + 3t$.
 41. $- - 9s - - 2s$. 42. $- + 7v - - 12v$. 43. $- + 2m - - 5m$.
 44. $+ + z - - z$. 45. $- + 3u - - 3u$. 46. $- - 11z + - z$.
 47. $- - a + - a$. 48. $+ + 6i - + 6i$.
 49. $19 + - 5 - + 7$. 50. $- 20 - - 10 + - 3$.
 51. $+ - 6a - + 2a - - 8a$. 52. $- - 7x - + 2x + - 4x$.
 53. $19 - - 23 + - 14 - + 12$.
 54. $+ + 15 + - 13 - + 14 - - 12$.
 55. $4z - + 3z + - z + + 8z$. 56. $- + 2g + - 6g - - 4g + + 4g$.
 Die Veränderungen mit 57. $12 + + + 17$, $42 + + + 13$.
 58. $7a + + + 6a$. 59. $4x + + + 5x$.
 60. $+ + - 5 - - 2$. 61. $- + 12m - - - 8m$.
 62. $+ - + 13 - - + 14$. 63. $- - - 14a - + + 6a$.
 64. $13 + - - 14 - - + 17 + + + 21$.
 65. $- - - 14 - - + 16 + - - 11 - + + 12$.
 66. $- 4a + - 2a + + - 3a - - - 7a$.
 67. $12m + - + 3n - + - 4 + + - 11m - - + 4n - - - 3$.

IV. Multiplikation.

§ 13–17.

1. [2. 3. 4.] Jede von n [$x, 15, 26$] Personen hat a M [z M, x $\mathcal{R}, 40$ fr]; wieviel haben sie zusammen?
 5. [6. 7. 8.] In einem Garten sind a [$m, 8, 17$] Reihen mit je b [$n, y, 25$] Bäumen; wieviel Bäume?
 9. [10. 11.] Auf einem Speicher lagern s [$x, 180$] Säcke mit je t kg [50 $kg, 40$ kg] Getreide; wieviel Getreide?
 12. [13.] Eine Truppe steht in a [7] Abteilungen, jede Abteilung in b [12] Reihen, jede Reihe zu c [10] Mann; wie stark ist die Truppe?
 14. [15.] Ein Fußgänger macht in der Minute n [80] Schritte zu je a [75] cm ; welchen Weg macht derselbe in m [3] Stunden?

16. [17.] Auf einem Gestell sind n [10] Stangen mit je n [10] Kugeln; wieviel Kugeln?

18. [19.] x [9] Schichten bestehen aus je x [9] Reihen mit je x [9] Steinen; wieviel Steine?

20. [21. 22.] Welche Zahl ist n mal [10 mal, x mal] größer als a [u. 15]?

23. [24. 25.] Welche Zahl ist das n fache [20 fache, z fache] von b [v. 24]?

26. [27. 28.] Bilde das dreifache [zehnfache, n fache] Produkt der Zahlen a und b [u und 9, 5 und 4].

29. $2a \cdot 3$. 30. $5ab \cdot 4$. 31. $6 \cdot 3xyz$. 32. $5 \cdot 3 \cdot 2$.
33. $4 \cdot 7 \cdot 25$. 34. $8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 125$.

35. 2^2 . 36. 2^3 . 37. 2^4 . 38. 2^5 . 39. 3^2 . 40. 3^3 . 41. 3^4 .
42. 4^2 . 43. 4^3 . 44. 5^2 . 45. 5^3 . 46. 6^2 . 47. 6^3 . 48. 7^2 .
49. 7^3 . 50. 8^2 . 51. 8^3 . 52. 9^2 . 53. 9^3 . 54. 10^2 . 55. 10^3 .
56. 10^4 . 57. 10^6 .

58. $4m \cdot m$. 59. $12pq \cdot p$. 60. $4a \cdot 3b$. 61. $8r \cdot 5s$.
62. $6ab \cdot 4a$. 63. $13ik \cdot 2kl$.

64. $5a \cdot 7 \cdot 3b$. 65. $4mx \cdot 2nx \cdot 9$. 66. $6a \cdot 3a \cdot a$.
67. $11c \cdot 3c \cdot 2c$. 68. $8ab \cdot 4bc \cdot 3ac$. 69. $15ax \cdot 3ay \cdot 4az$.
70. $9pq \cdot 4ps \cdot 6pt \cdot 2p$. 71. $14ab \cdot 3ac \cdot 4bc \cdot 5d$.

72. $a^3 \cdot a^4$. 73. $r^4 \cdot r^7$. 74. $q^2 \cdot q^7$. 75. $n^3 \cdot n$. 76. $2x \cdot 3x^2$.
77. $5y^3 \cdot 4y^2$. 78. $7z^3 \cdot 4z^3$.

79. $10m^2n \cdot mn$. 80. $p^3q^2 \cdot 4p^2q^3$. 81. $32x^2y^3z \cdot 4xyz^5$.
82. $16uv^2w^3 \cdot 6u^4v^3w^2$. 83. $11a^3b \cdot 4a^2c \cdot 6a$.
84. $i^3k^2 \cdot 14i^2l^4 \cdot 5k^3l^5$. 85. $9a^2b^4c \cdot 4a^5bc^6 \cdot 3a^3b^4c \cdot ab^5c^6$.
86. $2a^4bx^3 \cdot 5a^3b^2y^2 \cdot 7abz$. 87. $8m^3n^4p^5q^3s^2 \cdot 2mn^3p^2q^4t \cdot mn^4$.
88. $15i^4k^2l^3r \cdot 4k^4l^5 \cdot 7l^6x$.

89. $(4a)^2$. 90. $(7pq)^2$. 91. $(5abc)^3$. 92. $(8uv)^3$.
93. $(2xy)^5$. 94. $(9r^2)^2$. 95. $(10a^3)^2$. 96. $(5a^2b^3)^2$.

§ 18.

Multiplikation algebraischer Zahlen.

1. [2. 3. 4.] Jemand hat ein Vermögen von $+a M$ [$-b M$, $+3000 M$, $-500 M$]; er hat dasselbe verdreifacht [verfünffacht, verzehnfacht, verdoppelt]; wie groß ist sein Vermögen?

5. [6. 7. 8.] In einen Behälter münden 7 [n , m , 13] Röhren; durch jede derselben fließen zu $+a l$ [$-x l$, $+45 l$, $-70 l$]; Gesamtzufluß?

9. $(+9) \cdot (+8)$, $(-9) \cdot (+8)$, $(+9) \cdot (-8)$, $(-9) \cdot (-8)$,
desgleichen die Veränderungen von 10. $(+a) \cdot (+b)$.

11. $(+3a) \cdot (+4b)$. 12. $(+5m) \cdot (+n)$. 13. $(+6a^2) \cdot (+5a^3)$.
14. $(+9ab) \cdot (+7ac)$.

15. $12a^3b \cdot (-4a^2b^2)$. 16. $(-8a^5bc) \cdot (-3a^4)$.
17. $9x^4 \cdot (-2x^3)$. 18. $(-15u^2v^3) \cdot (+7v^4w)$. 19. $17a \cdot (-3)$.
20. $(-9) \cdot (-11ab)$. 21. $(-20abc) \cdot (-3cd)$.
22. $(+4a^2) \cdot (-7a) \cdot (-5)$. 23. $(+6a) \cdot (-4a) \cdot (-5c)$.
24. $(-4p) \cdot 8q \cdot r$.

25. $(+3)^2$. 26. $(-3)^2$. 27. $(+4)^3$. 28. $(-4)^3$.
29. $(+2a)^2$. 30. $(-2a)^2$. 31. $(+7ab)^3$. 32. $(-7ab)^3$.
33. $(+6abc)^2$. 34. $(-6abc)^2$. 35. $(+10x^2y)^3$.
36. $(-10x^2y)^3$.

§ 19.

Multiplikation eines Aggregats mit einer Zahl.

1. [2.] Ein Rechteck hat eine Länge von $(a+b)m$ [$(a-b)m$] und eine Breite von $c m$ [$c m$]; welches ist seine Fläche? (Darstellung durch Zeichnung).

3. [4.] In einem Wagen sind vier [fünf] Abteilungen; in der ersten sitzen a [x], in der zweiten b [7], in der dritten c [y], in der vierten d [10], in der fünften 1] Personen; jede Person zahlt n [2] M ; wieviel zahlen alle zusammen?

5. [6.] In einen Behälter münden drei [vier] Röhren; durch die erste fließen in der Minute $+a l$ [$+x l$], durch die zweite $+b l$ [$-30 l$], durch die dritte $-c l$ [$-y l$], durch die vierte $+50 l$] zu; jede Röhre ist n [15] Minuten lang offen; welches ist der Gesamtzufluß?

7. $17 \cdot 3 = (10+7) \cdot 3$. ebenso 8. $24 \cdot 5$. 9. $7 \cdot 91$.
10. $125 \cdot 8$. 11. $245 \cdot 12$. 12. $25 \cdot 3148$.
13. $37 \cdot 99 = 37 \cdot (100-1)$. ebenso 14. $148 \cdot 999$. 15. $175 \cdot 98$.
16. $997 \cdot 3459$.

17. [18. 19.] Welches ist die dreifache [r fache, siebenfache] Summe der Zahlen x und y [1 und z , a und 4]?

20. [21. 22.] Bilde den fünffachen [s fachen, 11fachen] Unterschied der Zahlen p und q [7 und t , m und 13].

23. $(a+b-c) \cdot 7$. 24. $5 \cdot (x-y-z)$.
25. $(-m+n+p-q) \cdot 8$. 26. $9 \cdot (-u+v+w-3)$.
27. $(a-b+c+d) \cdot (-4)$. 28. $(-10) \cdot (-p+q-r-s)$.

29. $(5a - 4b + c) \cdot 2$. 30. $13 \cdot (-2a - 8b + 7c - d)$.
 31. $(4g - 2h - 5i - l) \cdot (-9)$. 32. $(-20) \cdot (-5x + 3y + z - 1)$.
 33. $(9a + 2b) \cdot 3x$. 34. $(-5y) \cdot (-4c + d)$.
 35. $(7k - 3l) \cdot (-2p)$. 36. $4u \cdot (-6v - 5w)$ 37. $(9ab - 2cd) \cdot 5x$.
 38. $(-4mn) \cdot (-3p + 5q - i)$.
 39. $(a^2 + 3a - 8) \cdot 7a$. 40. $9x^3 \cdot (5x^4 - 2x^3 + 3x^2)$.
 41. $(5c^3d - 2c^2d^2 + cd^3) \cdot (-3cd^2e)$.
 42. $(-4a^4b^5) \cdot (8a^6b^4 - 2a^3b + ab^5)$.
 43. $(7a + 2b) \cdot 5 + (4a - 8b) \cdot 3$.
 44. $(9x - 4y) \cdot 8 + (-2x + 3y) \cdot 7$.
 45. $5 \cdot (p - 2q + 3r) - (8p + 5p - r) \cdot 2$.
 46. $(-9) \cdot (5 + 4u - 3v + 2w) - (-3 - 2u + 5v - w) \cdot 4$.
 47. $3 \cdot (-4g + 2h) + 5 \cdot (7g - 4h - l)$.
 48. $(-9m + 10r - 2x) \cdot (-4) - (2m + 8r + y) \cdot (-2)$.
 49. $10 \cdot (a + 4b) + (2a - 8b) \cdot 9 - 7 \cdot (4a - b)$.
 50. $9 \cdot (4a + 5b - 2c) - (5a - 3b + c) \cdot 2 - 6 \cdot (-2a - 5b + 4c) + (-3a + 6b - 9c) \cdot 6$.
 51. $(4u + 5v)w - (2v + 3w) \cdot 4u + 6v(2w - 9u)$.
 52. $3a(8b - 7c + 3d) - 2b(5c - 4d + 3a) - 6c(-d + 8a + 5b) + d(-a + 4b - 2c)$.
 53. $(4a^2 + 2a + b) \cdot 5a - 3(6a^3 + 2a^2 - 4a + 8)$.
 54. $(m^4 - 3m^3 + 2m^2) \cdot (-m^2) + (-m^3 - 4m^2 + 5m) \cdot (-m^3)$.
 55. $(2a^4b - 3a^3b^2 + 5a^2b^3 - 7ab^4) \cdot (-5a^2b^2) - (3a^5 - a^4b + 5a^3b^2 - 7a^2b^3 - 3ab^4 + 6b^5)ab^3$.
 56. $2a^4(5a^3 - 2a^2 + 4a) + 4a^3(7a^4 - 6a^3 + a^2) - (-2a^5 + 8a^4 - 6a^3) \cdot a^2 - (6a^6 - 3a^5 + a^4) \cdot (-3a)$.
 57. $2a + (5b - 3x) \cdot 7 - (5b - 3y) \cdot 2 + (7x - 2y) \cdot 3 - 28b$.
 58. $9r^3 - (3r^2 + 6r) \cdot 3r + (2 + 4x) \cdot 9r^2 - 35r^2x$.
 59. $[(3p + 7q) \cdot 4 - (5p - 3q) \cdot 2] \cdot 5$.
 60. $2 \cdot [(5a - 4b) \cdot 3 - (2c + 6d) \cdot 8 - 3e] - [-7 \cdot (a - 5b) + 2(-3c + 5d) - 2e] \cdot 3$.
 61. $4a^3 \cdot [2a^2(3a^2 - 2a) - (5a - 3)a + 1] - 2a^2[12a^5 - 3a^2(a^2 - 7a) - (6a - 2)a]$.
 62. $[(2a^2 - 6ab - 3b^2) \cdot 3a^4b^2 - (8a^2 + 7ab - 7b^2) \cdot 6ab^5] \cdot 5a^3b^2 - [(5ab - 3b^2) \cdot 3a^6 + (-2a + 9b)a^4b^3 - (a^2b^4 - 7ab^5) \cdot 15ab] \cdot 2a^2b^3$.

§ 20.

Multiplikation eines Aggregats mit einem Aggregat.

1. [2. 3. 4.] Ein Rechteck hat eine Länge von $(a + b)m$, $[(x + y)m, (a - b)m, (x - y)m]$ und eine Breite von $(c + d)m$

$[(u-v) m, (c+d) m, (u-v) m]$; welches ist seine Fläche?
(Darstellung durch Zeichnung).

5. $47 \cdot 34 = (40+7) \cdot (30+4)$, ebenso 6. $176 \cdot 85$.

7. $6284 \cdot 509$. 8. $723 \cdot 849$. 9. $99 \cdot 98 = (100-1) \cdot (100-2)$,
ebenso 10. $998 \cdot 997$.

11. [12.] Bilde das Produkt der Summen aus a und b
[15 und n] einerseits, x und y [m und 13] andererseits.

13. [14.] Welches ist das Produkt der Summe aus
 p und q [f und 14] mit dem Unterschied zwischen r und s
[g und 9]?

15. [16.] Welches ist das Produkt der Unterschiede
zwischen i und k [17 und u] einerseits, l und n [w und 20]
andererseits?

17. $(a+b)(c+d)$, $(a+b)(c-d)$, $(a-b)(c+d)$, $(a-b)(c-d)$, desgleichen die Veränderungen von

18. $(2x+5y) \cdot (3x+4y)$. 19. $(5p+3)(7q+4)$.

20. $(8a+11)(4a+3)$.

21. $(2a+7b-6c)(5x-3y)$. 22. $(-4x+3y-2)(4r+2)$.

23. $(8+3z)(4p-7q+3s)$. 24. $(-5u+2v)(2x+8y-z)$.

25. $(4a+6b-5c)(2a-7b-3c)$.

26. $(-5m+3n-6)(-2m+5n-8)$.

27. $(9a+6b-5c-3d)(-3x+8y)$.

28. $(5u-7v+6w)(-2p-3q+9r+s)$.

29. $(8a+7b-2c-4d)(-2a+5b-c+4d)$.

30. $(-2+3u+6v-4w)(5+9u-3v-8w)$.

31. $(3x^2+2x)(5x-7)$.

32. $(12y^3-4y^2+3y)(4y^2+5y-3)$.

33. $(2u+5u^3)(-4u+2u^3-6u^5)$.

34. $(6+7m^2-3m^4) \cdot (2m-4m^3+9m^5)$.

35. $(2a^4+3a^3-6a^2+7a-8) \cdot (3a^3-5a^2+2a-3)$.

36. $(-8x^3+2x^5-3x+4x^2-5x^4) \cdot (2+9x^3-6x)$.

37. $(6a^3-2a^2b-3ab^2+b^3)(5a-7b)$.

38. $(4m^2+6n^2-5mn) \cdot (-2m^3-5mn^2+2m^2n+6n^3)$.

39. $(8x^5y-2x^4y^2+3x^3y^3-x^2y^4-5xy^5)(-2x^3-4x^2y+7xy^2+y^3)$.

40. $(2p^2q-3pq^2+p^3-2q^3)(-8p^2q^2+6p^3q-4p^4+2q^3)$.

41. $(8a^3+2a^2b-ab^2+b^3)(8a^3-2a^2b+5ab^2-b^3)$.

42. $(2x^4-3x^3y+5xy^3-y^4)(2x^4-3x^3y-5xy^3+y^4)$.

43. $(a^2+ab+b^2)(a-b)$ 44. $(x+y)(x^2-xy+y^2)$.

45. $(16a^4-8a^3+4a^2-2a+1)(2a+1)$.

46. $2(4a+5b)(7a-3b)$. 47. $(6i-3k)(-4l+m) \cdot (-4)$.

48. $(5p-8q)(2x-4y-3z) \cdot 9s$.

49. $-2x(4m + 3n - 2)(-3m + 6n - 5)$.
 50. $(2a^3 - 4a^2 + 5a + 8)(-2a^2 + 6a - 7)(-10a^4)$.
 51. $5x^2y(2x^2 - 3xy + y^2)(-4x^2 + 2y^2)$.
 52. $(2a + 5b)(4c + 2d) - (6a + 8b)(5c + 4d)$.
 53. $(9x + 3y)(4x - y) + (5x - 6y)(-2x + 7y)$.
 54. $(4u - 7v)(5u - 6v) - (10u - 14v)(2u - 3v)$.
 55. $(2a + 5b - 7c)(4a - 9b - 3c) - (8a - 2b + c)(-a + 4b + 6c)$.
 56. $(2i + 6k - 7l)(5i - 3k + 8l) \cdot (-4) + (4i + 3k - 2l) \cdot (-9i - 5k + 10l) \cdot 3$.
 57. $(a^3 - 5a^2b + 7ab^2 - b^3)(a^2 - 4ab + 6b^2) - (-a^4 + 3a^2b^2 - b^4) \cdot (2a - 5b)$.
 58. $(2x^3 - 4x^2y + 3xy^2 - y^3)(5x^3 - 6x^2y - 2xy^2 + 3y^3) - (7x^4 + 5x^2y^2 - 2y^4)(5x^2 - 2xy - y^2) + (5x^5 - 2x^4y - 3x^3y^2 - 5y^5)(2x - y)$.
 59. $(2a^2 + 3a - 7)(4a^5 - 7a^4 - 6a^3 - 2a^2 + a - 8) - (2a^4 + 3a^3 - 2a^2 + a + 5)(-a^3 + 2a^2 + a + 6)$.
 60. $[(4m + 9)(2m + 3) - (2m + 5)(3m - 6)](m^2 - mn - 1)$
 61. $[(3x - 4y)(5x - 2y) \cdot 7 - (5x - 3y)(-2x + 3y) \cdot 3] \cdot [(9x - 8y) \cdot (2x - 5y) \cdot 2 - (7x - 4y)(-3x + y) \cdot (-1)]$.
 62. $(a + b)(c + d)(e + f)$. 63. $(a + b)(c + d)(e - f)$.
 64. $(a + b)(c - d)(e - f)$. 65. $(a - b)(c - d)(e - f)$.
 66. $(4a + 5b)(2a - 3b)(8a - 5b)$. 67. $(3x - 2)(4x - 3)(5x - 4)$.
 68. $(2z + 8)(4z - 8) \cdot (3x - 2) - (5z + 7)(z + 2)(4z - 2)$.

§ 21.

Besondere Fälle.

1. $(x + y)^2$ $(x - y)^2$ $(-x + y)^2$ $(-x - y)^2$, desgleichen die Veränderungen von 2. $(u + v)^2$. 3. $(m + 1)^2$. 4. $(2 + z)^2$. 5. $(3a + 1)^2$. 6. $(5r + 7)^2$.

7. [8. 9.] Welches ist das Quadrat der Summe von p und q [s und 3, 5 und t]?

10. [11. 12.] Welches ist das Quadrat der Differenz von m und n [w und 1, 7 und z]?

13. $17^2 = (10 + 7)^2$, ebenso 14. 23^2 . 15. 37^2 . 16. 85^2 . 17. 107^2 . 18. 2003^2 . 19. 5040^2 . 20. $29^2 = (30 - 1)^2$, ebenso 21. 59^2 . 22. 99^2 . 23. 98^2 . 24. 999^2 . 25. 997^2 .

26. $(3a + 5b)^2$. 27. $(6x - 3y)^2$. 28. $(-8i + l)^2$. 29. $(-10 - 3z)^2$. 30. $(a^2 + a)^2$. 31. $(a^2 - a)^2$. 32. $(-3x^2 + 2x)^2$. 33. $(-3x^2 - 2x)^2$. 34. $(7ab - 6bc)^2$. 35. $(-5a^2bc + 4b^2cd^3)^2$. 36. $(12a^4b^3 - 10a^3b^4)^2$. 37. $(-3u^4v^5w^6 - 2u^7v^6w^5)^2$.

38. $(x+y)(x-y)$. 39. $(x+y)(y-x)$.
 40. $(-x+y)(x+y)$. 41. $(u+v)(u-v)$. 42. $(u+v)(-u+v)$.
 43. $(-u-v)(-u+v)$. 44. $(7a+5b)(7a-5b)$.
 45. $(7a+5b)(5b-7a)$. 46. $(10ax+by)(10ax-by)$.
 47. $(10ax-by)(-10ax-by)$. 48. $(2a^3-a^2)(2a^3+a^2)$.
 49. $(-11cd^2+10z)(11cd^2+10z)$.
 50. $(a+b)^2+(a-b)^2$. 51. $(a+b)^2-(a-b)^2$.
 52. $(5a+2b)^2+(3a-b)^2$. 53. $(5a-2b)^2-(3a-b)^2$.
 54. $(6x+4y)^2-(2x+3y)^2$. 55. $(8p+7)^2-(5q-3)^2$.
 56. $(4a+5b)(2a-3b)+(6a-7b)^2-(3a-4b)^2$.
 57. $2pq+59q^2-(5p+3q)^2-(2p-7q)^2+(3p+q)(3p-q)$.
 58. $(a+b+c)^2$. 59. $(a+b-c)^2$. 60. $(a-b-c)^2$.
 61. $(-a-b-c)^2$. 62. $(2a+3b+5c)^2$. 63. $(4x+3y-z)^2$.
 64. $(7a-2b-1)^2$. 65. $(-9u-10v-11w)^2$. 66. $(a+b+c+d)^2$.
 67. $(a+b-c-d)^2$. 68. $(a-b+c-d)^2$.
 69. $(4x+3y+2z+1)^2$. 70. $(5u+2v+3w-7)^2$.
 71. $(4a-5b+6c-d)^2$. 72. $(-2+x+3y+5z)^2$.
 73. $(a+b+c-d-e)^2$. 74. $(a-b+c-d+e-f)^2$.
 75. $123^2=(100+20+3)^2$, ebenso 76. 259^2 . 77. 547^2 .
 78. 3016^2 . 79. 4256^2 .
 80. $(a+b+c+d)(a+b-c-d)$.
 81. $(2m+5n+7p+3q)(2m+5n-7p-3q)$.
 82. $(a-b+c-d)(a-b-c+d)$.
 83. $(4x-3y+2z-5)(4x-3y-2z+5)$.
 84. $(x+y)^3, (x-y)^3, (-x+y)^3, (-x-y)^3$, desgleichen
 die Veränderungen von 85. $(2a+1)^3$. 86. $(3u+5v)^3$.
 87. [88. 89.] Welches ist der Kubus der Summe
 aus c und d [x und 1, 7 und n]?
 90. [91. 92.] Welches ist der Kubus der Differenz
 zwischen m und n [y und 3, 5 und v]?
 93. $11^3=(10+1)^3$, ebenso 94. 27^3 . 95. 53^3 .
 96. $19=(20-1)^3$, ebenso 97. 49^3 . 98. 99^3 . 99. 998^3 .
 100. $(4x-5y)^3$. 101. $(5u+7v)^3$. 102. $(2a^2+5a)^3$.
 103. $(4x^2y-3xy^2)^3$. 104. $(a+b)^3+(a-b)^3$.
 105. $(a+b)^3-(a-b)^3$.

§ 22.

Aggregat von Produkten.

1. $am+bm, am-bm, -am+bm, -am-bm$,
 desgleichen die Veränderungen von 2. $5x+10y$. 3. $6a+3$.
 4. $7x+14xy$. 5. a^2+a . 6. $3m^2+9m$.

7. $8ab + 12ac$. 8. $20mx - 35nx$. 9. $14a - 7$.
 10. $11a - 33ab$. 11. $10a^3 - 15a^2$. 12. $14x^4y + 7x^2y$.
 13. $18a^5b^3 - 6a^3b^2$. 14. $21g^6h^5 - 35g^5h^6$.
 15. $am + bm + cm$. 16. $am + bm - cm$. 17. $am - bm - cm$.
 18. $-am - bm - cm$. 19. $16u + 32v + 24w + 40$.
 20. $25x + 15y - 10z + 35$. 21. $21a - 28b + 14c - 7$.
 22. $9a + 15b - 18c + 6d$. 23. $24ax - 36bx + 60cx - 12x$.
 24. $5a^2 - 15a^4 - 25a^6 + 35a^8 + 45a^{10}$.
 25. $-3a^2b + 9a^4b^3 - 18a^2b^5 + 15a^4b + 27a^3b^2$.
 26. $m^2 + 3m + 2m + 6$. 27. $x^2 + 5x - 7x - 35$.
 28. $6z^2 - 18z - 20z + 60$. 29. $12a^2 + 15ab + 32ab + 40b^2$.
 30. $20r^2 - 15rs - 28rs + 21s^2$. 31. $ax + bx - cx + ay + by - cy$.
 32. $ax - bx - cx - ay + by + cy$.
 33. $21pr + 15qr - 24r - 28p - 20q + 32$.
 34. $14u^2 - 10uv + 16u - 21uv + 15v^2 - 24v$.
 35. $m^2 + 5m + m + 5$. 36. $33x^2 - 6x - 11x + 2$.
 37. $5ad + 15bd - 20cd - a - 3b + 4c$.
 38. $-2m - 3p + q - 7r + 12ms + 18ps - 6qs + 42rs$.
 39. $ax - bx + cx - ay + by - cy - az + bz - cz$.
 40. $r^2 + 2rs + s^2$. 41. $r^2 - 2rs + s^2$. 42. $m^2 + 6m + 9$.
 43. $m^2 - 6m + 9$. 44. $4x^2 - 4xy + y^2$. 45. $25u^2 - 70uv + 49v^2$.
 46. $9a^2 + 48a + 64$. 47. $81 - 126l + 49l^2$.
 48. $121a^4 + 66a^3 + 9a^2$. 49. $25a^2b^2 - 60ab^2c + 36b^2c^2$.
 50. $-4m^2 - 52mn - 169n^2$. 51. $-u^2 + 24uv - 144v^2$.
 52. $r^2 - s^2$. 53. $4a^2 - 9b^2$. 54. $25x^2 - 36$. 55. $100 - 81m^4$.
 56. $49a^4b^2 - 81a^2c^6$. 57. $-p^2 + 36q^2$. 58. $-121a^4 + 64a^2$.
 59. $(a+b)^2 - (a-b)^2$. 60. $(x+y)^2 - (u+v)^2$.
 61. $(a-b)^2 - (c-d)^2$. 62. $x^2 + 10x + 25 - y^2 - 14y - 49$.
 63. $4a^2 - 20ab + 25b^2 - c^2 + 16cd - 64d^2$.

V. Division.

§ 23—25.

1. [2. 3. 4.] Eine Summe von a M [x M , 1000 $\mathcal{A}$, 560 fr] soll unter n [100, r , 28] Personen verteilt werden; wieviel erhält jede?

5. [6. 7. 8.] Einen Weg von z km [15600 m , n m , 20000 m] macht jemand in n Stunden [x Minuten, m Sekunden, 4 Stunden]; welchen Weg machte derselbe in einer Stunde [Minute, Sekunde, Stunde]?

9. [10. 11. 12.] Eine Stadt von n [400000, x , 260000]

Einwohnern hat eine Fläche von f [n , z , 4600] ha ; wieviel Einwohner treffen auf das Hektar?

13. [14. 15. 16.] Eine Summe von a M [b $\mathcal{A}$, 100 fr , 4200 M] soll in Teile von je b M [3 $\mathcal{A}$, x fr , 35 M] zerlegt werden; wieviel Teile werden es?

17. [18. 19. 20.] Wieviel Stunden [Minuten, Sekunden, Minuten] braucht jemand, um einen Weg von w km [17500 m , a m , 4200 m] zurückzulegen, wenn er in der Stunde [Minute, Sekunde, Minute] eine Strecke von v km [y m , 2 m , 75 m] macht?

21. [22. 23. 24.] Wieviel Fuhren zu je n [2 , x , 3] cbm sind notwendig, um eine Erdmasse von m [x , 7000 , 16800] cbm wegzufahren?

25. [26. 27. 28.] Welches ist der n^{te} [5^{te} , x^{te} , 13^{te}] Teil von a [p , 2000 , 910]?

29. [30. 31. 32.] Wie oft ist die Zahl u [19 , r , 27] in der Zahl w [c , 40 , 729] enthalten?

Bei nachfolgenden Beispielen ist der Divisor im Dividenden als Faktor enthalten, der Quotient also leicht anzugeben: 33. $12a : 3$. 34. $20x : 5$. 35. $15y : y$. 36. $24z : 8$. 37. $36m : m$. 38. $ab : b$. 39. $9a : 3a$. 40. $18p : 6p$. 41. $60z : 12z$. 42. $4ab : 4a$. 43. $27xy : 3y$. 44. $40mn : 8n$.

Desgleichen 45. $a^2 : a$. 46. $a^5 : a^3$. 47. $x^7 : x^4$. 48. $8b^5 : b^4$. 49. $21y^6 : y^5$. 50. $30z^6 : 5z^2$. 51. $35a^4 : 7a^3$. 52. $56r^6 : 8r^4$. 53. $100i^8 : 25i^4$.

Desgleichen 54. $16a^3b^2 : 8a$. 55. $34a^5b^4 : 2a^3$. 56. $19x^4y^5 : xy$. 57. $28a^3b^5c^7 : 4a^2b^3$. 58. $48y^3z^2 : 12y$. 59. $32a^4b^6c^8 : 8a^2b^3c^4$. 60. $a^9b^7c^5d^3 : ab^2cd^2$. 61. $15m^2p^4qr^6 : 5mp^3r^5$. 62. $24i^3k^6l^9 : 6i^2k^5l^8$.

§ 26—30.

1. [2. 3. 4.] Was ist der n^{te} [r^{te} , 5^{te} , 10^{te}] Teil einer Mark m mal [9 mal, x mal, 7 mal] genommen?

5. [6. 7. 8.] Was ist das x fache [20 fache, n fache, 17 fache] des y^{ten} [m^{ten} , 50^{ten} , 20^{ten}] Teils eines Meters?

9. [10. 11. 12.] Wie oftmal läßt sich die Strecke a m [15 m , 9 m , 11 m] auf die Strecke b m [z m , 100 m , 37 m] auftragen?

13. [14. 15. 16.] Welches ist der x^{te} [10^{te} , 9^{te} , 7^{te}] Teil von z [s , 150 , 100]?

17. [18. 19. 20.] Wie oft ist i $[k, 40, 15]$ in l $[20, r, 73]$ enthalten?

In nachfolgenden Brüchen sollen die im Zähler und Nenner gemeinsamen Faktoren gehoben werden: 21. $\frac{14}{20}$.

22. $\frac{18}{33}$. 23. $\frac{45}{70}$. 24. $\frac{40}{72}$. 25. $\frac{60}{130}$. 26. $\frac{24}{18}$. 27. $\frac{54}{45}$. 28. $\frac{77}{33}$.

29. $\frac{168}{36}$. 30. $\frac{225}{90}$. 31. $\frac{14}{42}$. 32. $\frac{31}{155}$. 33. $\frac{105}{15}$. 34. $\frac{216}{36}$. 35. $\frac{19}{19}$.

Desgleichen 36. $\frac{am}{bm}$. 37. $\frac{cz}{dz}$. 38. $\frac{abc}{bcx}$. 39. $\frac{2ar}{3br}$.

40. $\frac{5pqrs}{7pqt}$. 41. $\frac{abcxy}{3abc}$. 42. $\frac{5a^4}{7a^2}$. 43. $\frac{3x^3}{8x^3}$. 44. $\frac{8m^5}{9m^8}$.

45. $\frac{45m^3n^5}{75m^6n^7}$. 46. $\frac{32a^4b^3c^2}{40a^2b^3c^4}$. 47. $\frac{52a^5b^4c^6d^7}{39ab^3c^8d^{10}}$.

Desgleichen 48. $\frac{a}{ab}$. 49. $\frac{ab}{abc}$. 50. $\frac{3mx}{12mx}$. 51. $\frac{7a^3}{21a^5}$.

52. $\frac{xyz}{yz}$. 53. $\frac{35r^2s^3}{5rs}$. 54. $\frac{36x^5y^4z^6}{9x^3y^2z^4}$. 55. $\frac{23a^5b^4c^4d^2}{23a^5b^4c^4d^2}$.

56. $\frac{41x^3yz^5}{82x^2yz^5}$. 57. $\frac{15i^3k^2}{15i^3k^2}$.

§ 31.

Multiplikation von Brüchen.

1. [2. 3. 4.] Welches sind 4 Fünftel $[x n^{\text{tel}}, 7 r^{\text{tel}}, x 10^{\text{tel}}]$ von 20 $[q, t, 90]$?

5. [6. 7. 8.] Was ist das $\frac{2}{3}$ -fache $\left[\frac{a}{b}$ -fache, $\frac{5}{n}$ -fache, $\frac{u}{2}$ -fache $\right]$ von 60 $[m, n, 17]$?

9. [10. 11. 12.] Bilde den n -fachen [13-fachen, x -fachen, 5-fachen] Quotienten der Zahlen a und b [19 und 26, 17 und x , z und 25].

13. [14. 15. 16.] Was ist 3 Siebentel $[y m^{\text{tel}}, 13 p^{\text{tel}}, x 20^{\text{tel}}]$ des Bruches $\frac{35}{39}$, $\left[\frac{n}{x}, \frac{p}{15}, \frac{40}{y} \right]$?

17. $\frac{4}{7} \cdot 13$. 18. $\frac{5}{9} \cdot 8$. 19. $1\frac{3}{4} \cdot 5$. 20. $7 \cdot \frac{4}{11}$.
 21. $5 \cdot 2\frac{4}{9}$. 22. $\frac{5}{8} \cdot 16$. 23. $\frac{3}{14} \cdot 21$. 24. $0,7 \cdot 5$.
 25. $\frac{a}{b} \cdot x$. 26. $\frac{m}{pq} \cdot n$. 27. $r \cdot \frac{u}{v}$. 28. $\frac{2a}{b} \cdot c$.
 29. $5ab \cdot \frac{c}{d}$. 30. $7 \cdot \frac{3x}{2y}$. 31. $\frac{1}{2}a \cdot 5b$. 32. $9ab \cdot \frac{2}{3}c$.
 33. $20x \cdot \frac{7}{15}y$. 34. $\frac{3a^2}{b} \cdot a$. 35. $8a^3 \cdot \frac{a^2}{5b^2}$. 36. $\frac{4}{5}(a^3 \cdot 10a^2)$.
 37. $\frac{2m^4n^2}{3p^2} \cdot 6mp$. 38. $18a^3b^4 \cdot \frac{5a^2}{12b^2}$. 39. $\frac{36x^3y^2z}{45x^2z} \cdot 25xy^2$.
 40. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$. 41. $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8}$. 42. $0,7 \cdot 0,2$. 43. $1\frac{15}{16} \cdot 1\frac{7}{25}$.
 44. $1\frac{5}{12} \cdot \frac{1}{17}$. 45. $0,625 \cdot 1\frac{3}{5}$.
 46. $\frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q}$. 47. $\frac{ax}{by} \cdot \frac{c}{d}$. 48. $\frac{2}{3} \cdot \frac{p}{q}$. 49. $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c}$.
 50. $\frac{2m}{3n} \cdot \frac{3}{2}$. 51. $\frac{12ab}{c} \cdot \frac{7c}{8ad}$. 52. $\frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{5}b$. 53. $\frac{4}{7}x^3 \cdot 1\frac{3}{4}x^2$.
 54. $\frac{5}{9}cd \cdot \frac{12}{25}de$. 55. $\frac{2}{3} \cdot \frac{9a}{16b}$. 56. $\frac{6a}{17b} \cdot \frac{34b^2}{18a^3}$.
 57. $\frac{15x^2}{y^3z} \cdot \frac{xz}{20y}$. 58. $\frac{18a^3b^4}{23c^5} \cdot \frac{46bc^4}{25a^3}$.
 59. $\frac{7a^3b^4c^5}{15x^3y^2z} \cdot \frac{12xy^3z}{35a^3b^5c^4}$. 60. $\frac{u^3v^4}{20r^5s^6t} \cdot \frac{24r^2s^8x}{11u^2v^6}$.
 61. $\frac{32m^3n^4pq^3}{25x^2y^4z^3} \cdot \frac{5m^4x^6z^3}{16n^3q^2}$. 62. $\frac{9ab}{c} \cdot \frac{7c}{3ab}$.
 63. $\frac{1}{3}a^2b^3 \cdot \frac{3}{7a^3b^4c}$. 64. $\frac{8x^4y^3}{11z^3} \cdot \frac{11z^2}{8x^5y^4}$.
 65. $\frac{60ab^3cd^5}{13u^4v^2} \cdot \frac{52u^6v^7w^8}{15abc}$.
 66. $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{3}$. 67. $\frac{24}{22} \cdot \frac{25}{36} \cdot \frac{33}{7} \cdot \frac{49}{125}$.
 68. $\frac{11}{18} \cdot 27 \cdot \frac{13}{35} \cdot 42$. 69. $\frac{19}{13} \cdot \frac{1}{15} \cdot 39 \cdot \frac{5}{57}$.
 70. $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}$. 71. $\frac{7}{x} \cdot \frac{3}{y} \cdot \frac{2}{z}$. 72. $\frac{5}{x} \cdot \frac{3}{x} \cdot \frac{2}{x}$.

$$\begin{array}{ll}
 73. \frac{11}{u} \cdot \frac{1}{v} \cdot 7. & 74. \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{4} \cdot \frac{x}{5}. \quad 75. \frac{1}{4}a \cdot \frac{1}{6}a \cdot \frac{1}{7}a \cdot a. \\
 76. \frac{2}{3}a \cdot \frac{3}{5}b \cdot \frac{5}{6}c. & 77. \frac{a}{5b} \cdot \frac{15b}{7c} \cdot \frac{14c}{d}. \\
 78. \frac{18a^3b}{49fy} \cdot \frac{91c^4d^2}{45a^2e} \cdot \frac{35ex}{13b^3c^2}. \\
 79. \frac{22s}{17m^3p^4} \cdot \frac{19p^7}{55q^6r^2} \cdot \frac{25q^8}{38s^3t} \cdot 34m^2t.
 \end{array}$$

§ 32.

Division von Brüchen.

1. [2. 3. 4.] Welches ist der 5^{te} [n^{te}, 7^{te}, 9^{te}] Teil von $\frac{20}{27}$, $\left[\frac{a}{b}, \frac{21}{n}, \frac{10}{p}\right]$?

5. [6. 7. 8.] 27 [x, 32, f] ist das $\frac{9}{10}$ fache $\left[\frac{u}{v} \text{ fache}, \frac{8}{m} \text{ fache}, \frac{f}{10} \text{ fache}\right]$ einer Zahl; wie heißt die letztere?

9. [10. 11. 12.] Wie oft ist die Zahl 7 [y, 10, z] in dem Bruch $\frac{14}{15}$, $\left[\frac{x}{z}, \frac{15}{m}, \frac{z}{20}\right]$ enthalten?

13. [14. 15. 16.] Wie oft ist der Bruch $\frac{1}{9} \left[\frac{a}{b}, \frac{5}{x}, \frac{n}{3}\right]$ in der Zahl 11 [m, 15, n] enthalten?

17. [18. 19. 20.] Der Bruch $\frac{7}{10} \left[\frac{p}{q}, \frac{15}{r}, \frac{s}{18}\right]$ ist das $3\frac{1}{2} \left[\frac{n}{m}, \frac{5}{s}, \frac{s}{3}\right]$ fache eines andern; welches ist dieser?

21. Wie oft ist der Bruch $\frac{3}{10} \left[\frac{i}{n}, \frac{13}{m}, \frac{r}{16}\right]$ in dem Bruch $\frac{9}{25} \left[\frac{k}{m}, \frac{26}{n}, \frac{r}{8}\right]$ enthalten?

$$25. \frac{5}{8} : 3. \quad 26. \frac{16}{9} : 4. \quad 27. 3\frac{3}{8} : 18 \quad 28. \frac{24}{25} : 16.$$

$$29. \frac{30}{37} : 20. \quad 30. 2\frac{9}{16} : 4.$$

$$31. \frac{a}{b} : x. \quad 32. \frac{pq}{r} : s. \quad 33. \frac{2u}{v} : 3. \quad 34. \frac{8a}{5} : 3b.$$

$$35. \frac{7ab}{3c} : 2d. \quad 36. \frac{ab}{c} : a. \quad 37. \frac{x}{y} : x. \quad 38. \frac{5a}{b} : 10c.$$

$$39. \frac{9ab}{4q} : 3r. \quad 40. \frac{ab}{c} : 2a. \quad 41. \frac{4xy}{3z} : 8y. \quad 42. \frac{20p}{7qr} : 5pq.$$

$$43. \frac{a}{b} : b. \quad 44. \frac{4ab}{5c} : 20c.$$

$$45. 11 : \frac{5}{6}. \quad 46. 24 : 1\frac{5}{13}. \quad 47. 32 : \frac{8}{11}. \quad 48. 49 : 3\frac{1}{2}.$$

$$49. 50 : \frac{2}{25}. \quad 50. 25 : \frac{1}{2}. \quad 51. 10 : 0,2. \quad 52. 17 : 3,4.$$

$$53. m : \frac{p}{q}. \quad 54. a : \frac{1}{b}. \quad 55. 7i : \frac{2}{k}. \quad 56. 3m : \frac{2n}{5}.$$

$$57. 9x : \frac{3y}{5z}. \quad 58. 24w : \frac{8u}{3v}. \quad 59. 16abc : \frac{4a}{7b}.$$

$$60. 28mq : \frac{4m}{7q}. \quad 61. 25x : \frac{3y}{2x}. \quad 62. 2a : \frac{1}{3a}.$$

$$63. 4pq : \frac{5}{pqr}. \quad 64. 7xy : \frac{21z}{xy}.$$

$$65. \frac{15a^2}{7b^3} : 5ab. \quad 66. 9a^3b^2c : \frac{3ac}{5b}.$$

$$67. \frac{18x^4y^3}{13z^3} : 26x^2z^4. \quad 68. 28p^3q^4z^5 : \frac{7p^2q}{8z^2}.$$

$$69. \frac{2}{3} : \frac{5}{7}. \quad 70. \frac{5}{9} : \frac{7}{8}. \quad 71. \frac{7}{9} : 0,7. \quad 72. 1\frac{9}{35} : 1\frac{4}{7}.$$

$$73. \frac{48}{55} : 1\frac{5}{11}. \quad 74. 1,44 : 3,6. \quad 75. \frac{24}{35} : \frac{60}{49}. \quad 76. \frac{30}{13} : \frac{24}{65}.$$

$$77. \frac{52}{56} : 1\frac{11}{28}.$$

$$78. \frac{a}{x} : \frac{b}{y}. \quad 79. \frac{1}{m} : \frac{1}{n}. \quad 80. \frac{4}{3y} : \frac{1}{4z}. \quad 81. \frac{8ab}{5cd} : \frac{16a}{15d}.$$

$$82. \frac{5p}{3q} : \frac{2p}{9q}. \quad 83. \frac{7cx}{8dy} : \frac{14x}{4y}. \quad 84. \frac{5am}{b} : \frac{15an}{b}.$$

$$85. \frac{4ik}{3l} : \frac{5k}{3l}. \quad 86. \frac{32uv}{15pq} : \frac{16uw}{30pr}. \quad 87. \frac{1}{4}a : \frac{1}{3}a.$$

$$88. \frac{5}{6}ab : \frac{4}{9}bd. \quad 89. \frac{7}{6}c : \frac{7}{5}d. \quad 90. \frac{2a}{x} : \frac{2a}{y}.$$

$$91. \frac{9b}{5y} : \frac{9b}{25yz}. \quad 92. \frac{r}{21xz} : \frac{r}{35yz}.$$

93. $\frac{a^4}{b^3} : \frac{a^2}{b}$. 94. $\frac{6m^4}{5p^5} : \frac{3m^3}{2p^2}$. 95. $\frac{x^4}{y} : \frac{x^2}{y^3}$.
 96. $\frac{4m^3}{5p^4} : \frac{m^5}{p^3}$. 97. $\frac{a^3}{b^4} : \frac{a^6}{b^8}$. 98. $\frac{2a^3}{5b^2} : \frac{7a^8}{10b^9}$.
 99. $\frac{20a^4b^2}{27cd^5} : \frac{30a^3b^5}{63c^4d}$. 100. $\frac{24x^3y^2z}{25u^4v^2w} : \frac{60x^5v^3z}{175u^2yw}$.
 101. $\frac{24a^3b^4}{17x^2} : \frac{8a^2b}{17x^5}$. 102. $\frac{5g^3h}{12k^8} : \frac{g^2h}{24k^{10}}$. 103. $\frac{7r^3}{15s^4t} : \frac{14r^5}{5s^2t}$.
 104. $\frac{8p^5q^3}{7x^4y^3z} : \frac{24p^9q^6s}{35x^2y}$.
 105. $\frac{4}{7} : \frac{5}{9} : \frac{4}{27}$. 106. $\frac{8}{13} : \frac{26}{33} : \frac{40}{77}$.
 107. $\frac{15}{34} : \frac{25}{22} : \frac{55}{8} : \frac{9}{17}$. 108. $105 : \frac{3}{40} : \frac{5}{88} : 7$. 109. $\frac{4}{a} : \frac{2}{b} : \frac{3}{c}$.
 110. $\frac{a}{4} : \frac{5}{b} : \frac{7}{c} : \frac{d}{9}$. 111. $9abc : \frac{3a}{5} : \frac{3b}{7} : \frac{1}{35}$.
 112. $\frac{35a^7}{34b^3} : \frac{21a^5}{85b} : \frac{15d^2}{26c^3} : \frac{18d^4}{65c^5}$.
 113. $210a^4b^5c^6 : \frac{2a^3}{11x} : \frac{33b^4}{13y} : \frac{65c^5}{z} : 7xyz$.
 114. $\frac{35m^3}{72n^5} : \frac{5m^2p}{4n^4q} : \frac{7q}{9s} : \frac{11s}{2}$.
 115. $1 : \frac{a}{b}$. 116. $1 : \frac{4}{5}$. 117. $1 : \frac{1}{3}$. 118. $1 : \frac{1}{x}$.
 119. $\frac{\frac{a}{b}}{c}$. 120. $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$. 121. $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$. 122. $\frac{\frac{16a}{5b}}{8ab}$.
 123. $\frac{\frac{24a^3}{8a^2}}{\frac{3b}{3b}}$. 124. $\frac{\frac{25b^4}{21a}}{\frac{50b^2}{50b^2}}$. 125. $\frac{\frac{1}{2}ab}{\frac{3}{4}bc}$. 126. $\frac{\frac{4a^3bc^3}{4}abc^5}{5}$.
 127. $\frac{\frac{18}{25}x^3y^4}{\frac{36}{5}x^4y^5}$. 128. $\frac{\frac{21a^3b^4}{25c^2d^5}}{\frac{28ab^6}{45c^3d^2}}$. 129. $\frac{\frac{1}{15x^3y}}{\frac{1}{20x^5y}}$.
 130. $\left(\frac{2a^4}{5b^3} : \frac{7c^3}{9d^2}\right) : \left(\frac{4a^3}{15b^4} : \frac{35c^5}{16d}\right)$.

$$\begin{array}{ll}
 131. \left(\frac{9x^5}{5y} \cdot \frac{3z^2}{10} \right) : \left(\frac{15x^2}{y^4} : \frac{5z}{9} \right). & 132. \frac{\frac{4}{5}g^3 \cdot \frac{7}{10}h^2}{\frac{14}{25}g \cdot \frac{2}{3}h^3}. \\
 133. \frac{\frac{3m}{5n} : \frac{7p}{11q}}{\frac{6m}{7p} : \frac{5n}{22q}}. & 134. \frac{\frac{32a^2}{33c^3} \cdot \frac{55b}{16d}}{\frac{25a}{17d} \cdot \frac{34b^4}{75c^2}}. \quad 135. \frac{\frac{1}{24x}}{\frac{1}{15z}} : \frac{\frac{1}{36y}}{\frac{1}{20z}}.
 \end{array}$$

§ 33.

Division algebraischer Zahlen.

1. [2. 3. 4.] Welches ist der 10^{te} [5^{te}, 4^{te}, 8^{te}] Teil eines Vermögens von $+a M$ [$-b M$, $-700 M$, $+4800 M$]?

5. [6. 7. 8.] An einem Geschäfte nehmen n [17, x , 24] Personen gleichen Anteil; der Gewinn beträgt $+x M$ [$-n M$, $+9000 M$, $-1680 M$]; wieviel erhält jede Person?

9. [10. 11. 12.] Wie oft ist die Zahl $+b$ [$+x$, $+14$, $+23$] in der Zahl $+a$ [$-z$, $+70$, -207] enthalten?

13. [14. 15. 16.] Wie oft ist die Zahl $-m$ [$-s$, -19 , -37] in der Zahl $-r$ [$+t$, -114 , $+999$] enthalten?

17. $(+20) : (+5)$, $(-20) : (+5)$, $(+20) : (-5)$, $(-20) : (-5)$, desgleichen die Veränderungen von

$$18. (+a) : (+b). \quad 19. (+30a^3) : (+6a). \quad 20. \frac{+15}{+3}.$$

$$21. \frac{+27a}{+9b}. \quad 22. \frac{+36a^2b}{+40ab^2}.$$

$$23. (+25a^4) : (-5a). \quad 24. (-39a) : (-52b). \quad 25. \frac{-4pq^2}{12pr^3}. \quad 26. \frac{11mn}{33m^3n^2}. \quad 27. 56a^4b^5 : (-7ab^2).$$

$$28. (-60x^3y) : (-12x^2y). \quad 29. \frac{15r^3s^4}{20r^4s^5}. \quad 30. \frac{-7z^2}{-21xyz^3}.$$

$$31. 9i^5k^2 : (-36i^2k^5). \quad 32. (-25m^4n^3p^2q) : (-50m^2p).$$

$$33. \frac{-3a}{5b} \cdot (-15c). \quad 34. \frac{12pq}{-35r} \cdot \frac{-7r}{18p}.$$

$$35. \frac{-14ab}{-15c} : (-7a). \quad 36. \frac{-9xy}{-16pq} : \frac{-3xz}{-32pr}.$$

§ 34.

Division eines Aggregats durch eine Zahl.

1. [2. 3. 4.] Welches ist der 3^{te} [n^{te}, 7^{te}, x^{te}] Teil der Summe aus a und b [5n und 8n, 28 und -35, a, b und -c]?

5. [6. 7. 8.] Wie oft ist c [-5, m, 13] in der Summe aus a und b [30 und -5, x und y, 13u, 26v und -3w] enthalten?

9. $48 : 2 = (40 + 8) : 2$, ebenso 10. $96 : 3$. 11. $84 : 4$. 12. $555 : 5$, ähnlich 13. $98 : 2$. 14. $996 : 4$. 15. $995 : 5$.

16. $(a - b - c) : 7$. 17. $(x - y + z - 10) : n$. 18. $(15i - 20k + 35l - 65) : 5$. 19. $(3x + 6y - 12z - 15) : (-3)$. 20. $\frac{4m + 12n - 8p}{4}$. 21. $\frac{-2a + 6b - 7c}{-x}$.

22. $\frac{1}{9}(u - v + w)$. 23. $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot (5x - 10y + 20z - 25)$.

24. $(-20a + 35b - 50c + 10d) : (-5)$.

25. $(14x - 33y - 25z) : 30$. 26. $\frac{1}{20}(15mn - 12pq - 10)$.

27. $\frac{54x - 48y - 45z + 42}{-60}$. 28. $(5ax - 4bx + 3cx - dx) : x$.

29. $(-7z + 13pz - 15qz - 17rz) : (-z)$.

30. $\frac{1}{3i}(12ai - 18bi - 27ci + 9i)$. 31. $\frac{-20r + 10rx - 35ry}{-25r}$.

32. $(a + 5) : 5$. 33. $(x - 7) : 7$. 34. $\frac{1}{10}(10 - m)$.

35. $\frac{a - b}{a}$. 36. $\frac{3x + 9}{-9}$. 37. $(25x + 35xy - 55xz) : 25x$.

38. $(-54ax + 45bx - 9x) : (-9x)$.

39. $(2a - 5b) : 7c$. 40. $(-4m + 3n) : (5p)$. 41. $\frac{a - 3b}{6x}$.

42. $\frac{2u - 9v}{5w}$.

43. $(18abx - 12acx - 30bcx + 42ax - 24bx - 54cx - 6x) : 6x$.

44. $(-5a + 20au - 35av + 40aw) : (-5a)$.

45. $(6a^4b^3 - 18a^3b^5) : 6a^2b^2$. 46. $(-20x^3y + 30x^5y) : (-10xy)$

47. $(21a^5b - 28a^4b^2 - 42a^3b^3 + 63a^2b^4) : 7ab$.

48. $(-27u^4 + 36u^5 - 9u^2 - 45u^3 + 72u^6) : (-9u^2)$.

49. $(32f^4g^5 - 8f^3g^4 + 56f^2g^6 - 72f^5g^3) : 8f^2g^3$.

50. $(44ab^3c^2 - 11a^4b^2c^5 - 55a^3b^5c) : (-11ab^2c)$.

51. $\frac{2ab - 5ac - 7bc}{abc}$. 52. $\frac{-10pq - 6qr + 15pr}{-30pqr}$.
53. $\frac{2a - 3b - 4c + 5ab + 6ac - 10bc - 12abc}{60abc}$.
54. $\frac{1}{a^3b^3} \cdot (8a^4b^2 - 10a^3b^3 - 7a^2b^4)$.
55. $\left(-\frac{1}{20m^4n^5}\right) \cdot (5m^3n^2 - 12m^4n^3 - 24m^3n^5)$.
56. $\frac{21a^2b^5c^4 - 35ab^2c^7 + 56a^4bc^5 - 42a^3b^2c^5}{42a^3b^2c^5}$.
57. $\frac{42x^4y^3z^3 - 36x^3y^4z^3 + 30x^3y^3z^4}{-36x^3y^3z^3}$.
58. $(21a + 35b) : 7 + (20a - 25b) : 5$.
59. $(-40x - 50y - 60) : (-10) + (-22x - 55y) : 11 - 6$.
60. $\frac{1}{7x} (14ax - 21bx) - \frac{1}{4y} (12ay + 16by)$.
61. $\frac{-9uz + 36vz - 18wz}{-9z} - \frac{5uy - 15vy + 20wy}{5y}$.
62. $(9a^5 - 12a^4) : 3a^4 - (51a^4 - 34a^3) : 17a^3 + (a^3 - a^2) : a^2$.
63. $(16x^5 - 24x^4 - 32x^3 - 40x^2) : 4x^2 + (-25x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 10x) : (-5x)$.
64. $\frac{12a^3b^2 - 18a^2b^2 + 30a^2b^3}{6a^2b^2} - \frac{-21a^2b - 7ab + 14ab^2}{7ab}$
 $+ \frac{-25a - 15b}{5}$.
65. $\frac{7a^3b^2c^2 - 5a^2b^3c^2 + 8a^2b^2c^3}{a^2b^2c^2} - \frac{-4a^2bc + 6ab^2c - 10abc^2}{2abc}$
 $- \frac{9a^3b^2 - 12a^2b^3 + 21a^2b^2c}{3a^2b^2} + \frac{-40a + 40b - 40c}{8}$.

§ 35.

Division eines Aggregats durch ein Aggregat.

1. [2. 3. 4.] Wie oft ist die Summe aus c und d [5 und 4, x und $-y$, 9 und -7] in der Summe aus a und b [20 und 7, u und $-v$, 13, 15 und -6] enthalten?

5. [6.] Zu einem bestimmten Zweck sind eingegangen a M , b M und c M [160 M , 240 M und 320 M]; dieselben sollen unter m Männer und n Weiber [24 Männer,

8 Weiber und 48 Kinder] gleichheitlich verteilt werden; wieviel trifft auf den Kopf?

7. [8.] In einen Behälter fließen in der Minute a l [350 l] zu, dagegen fließen b l [50 l] ab; wie lange dauert es, bis man aus dem Behälter drei Fässer von x , y und z l [1300 l, 1400 l und 1500 l] Inhalt füllen kann?

$$9. \frac{am+bm}{cm-dm} \quad 10. \frac{7x-7y}{7u+7v} \quad 11. \frac{3a+9b}{15c-18d}$$

$$12. \frac{10m-5}{20n+10} \quad 13. \frac{4a^2+5a}{2ab+3a} \quad 14. \frac{24mx-40nx}{8rx+32sx}$$

$$15. \frac{6a^2b+9ab^2}{3ab+12a^2b^2} \quad 16. \frac{28m^3n^2x-21m^2n^3x}{35m^2ny-28mn^2y} \quad 17. \frac{9fg+18fgh}{9fg-18fgh}$$

$$18. \frac{37a^3b^2mn+37a^2b^3mn}{37a^3b^2mn-37a^2b^3mn} \quad \text{Handwritten: } \frac{4m^2nx-3mn^2}{5my-4ny}$$

$$19. \frac{ax+bx-cx}{ax-bx-cx} \quad 20. \frac{a^2+ab-a}{a^3-a^2+a}$$

$$21. \frac{10x^3y-25x^2y^2+20xy^3}{5x^2y-35xy^2} \quad 22. \frac{21abx-7ab+14aby}{35abu+7ab-28abv}$$

$$23. \frac{am+bm}{an+bn} \quad 24. \frac{rx-ry}{sx-sy} \quad 25. \frac{pq-pr}{sr-sq}$$

$$26. \frac{5a+5b}{-7a-7b} \quad 27. \frac{2a+2}{3a+3} \quad 28. \frac{14ab+7ac}{20b+10c} \quad \text{Handwritten: } \frac{7a}{10}$$

$$29. \frac{12ax-15bx}{20ay-25by} \quad 30. \frac{11az-11z}{9-9a} \quad 31. \frac{16b^3-40b^2}{50-20b}$$

$$32. \frac{3x^4y^2+3x^3y^3}{-6x^2y-6xy^2} \quad 33. \frac{7b+7c}{b+c} \quad 34. \frac{18ax-45bx}{2a-5b} \quad \text{Handwritten: } 2a-5b$$

$$35. \frac{20cd-25d}{5-4c} \quad 36. \frac{-55ac-88bc}{5a+8b} \quad 37. \frac{x-y}{10x-10y}$$

$$38. \frac{5m-7n}{21n-15m} \quad 39. \frac{2a-1}{18ab-9b} \quad 40. \frac{p+q}{-6pr-6qr}$$

$$41. \frac{6a+6b-6c}{7a+7b-7c} \quad 42. \frac{20am-30bm-50cm}{24an-36bn-60cn}$$

$$43. \frac{3+9i-21k}{49k-21i-7} \quad 44. \frac{a^2bc-ab^2c-abc^2}{cx+bx-ax}$$

$$45. \frac{20am-15an+25a}{4m-3n+5} \quad 46. \frac{-7x+5y-9z}{14ax-10ay+18az} \quad \text{Handwritten: } \frac{1}{-2a-2a-2a}$$

$$47. \frac{ax+2bx-ay-2by}{ax+3bx-ay-3by} \quad 48. \frac{4mp-4np-3mq+3nq}{5mr-7ms-5nr+7ns}$$

49. $\frac{8ac - 20bc - 6ad + 15bd}{15ad - 3bd - 20ac + 4bc}$ 50. $\frac{mx + m - 5x - 5}{5y + 5 - my - m}$
51. $\frac{12ax + 15bx - 27cx - 16a - 20b + 36c}{6ax - 15bx + 21cx - 8a + 20b - 28c}$
52. $\frac{5mp - 5mq - 3np + 3nq + p - q}{10mp - 6np + 2p - 15mq + 9nq - 3q}$
53. $\frac{6ab - 15bc + 8ad - 20cd}{2a - 5c}$ 54. $\frac{7x - 3 - 14mx + 6m}{10m - 5}$
55. $\frac{12r - 15}{40rs - 50s - 60r + 75}$ 56. $\frac{a - 3}{21 - 7a - 3b + ab}$
57. $\frac{u^2 - v^2}{u + v}$ 58. $\frac{p - q}{p^2 - q^2}$ 59. $\frac{4a^2 - 9b^2}{10a - 15b}$
60. $\frac{35r + 56}{25r^2 - 64}$ 61. $\frac{11m^2 - 11n^2}{7n - 7m}$ 62. $\frac{96x^2 - 54y^2}{20x + 15y}$
63. $\frac{i^2 + 2ik + k^2}{i + k}$ 64. $\frac{m - n}{m^2 - 2mn + n^2}$
65. $\frac{25f^2 + 60fg + 36g^2}{5f + 6g}$ 66. $\frac{2r - 10}{25 - 10r + r^2}$ 67. $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$
68. $\frac{4x^2 - 9y^2}{4x^2 + 12xy + 9y^2}$ 69. $\frac{50x^2 - 60xy + 18y^2}{75x^2 - 27y^2}$
70. $\frac{245ap^2 - 20aq^2}{147ap^2 - 84apq + 12aq^2}$ 71. $\frac{ac + bc - ad - bd}{a^2 + 2ab + b^2}$
72. $(a^2 + 12a + 35) : (a + 7)$ 73. $(x^2 - 14x + 33) : (x - 3)$
74. $(m^2 + 4m - 45) : (m - 5)$ 75. $(p^2 + 4p - 60) : (p + 10)$
76. $\frac{a^2 - 3ab - 10b^2}{a - 5b}$ 77. $\frac{6x^2 - 35xy + 50y^2}{3x - 10y}$
78. $\frac{21u^2 + 68uv - 33v^2}{3u + 11v}$ 79. $\frac{32r^2 + 60rs - 27s^2}{8r - 3s}$
80. $\frac{i^2 - 4i - 21}{3 + i}$ 81. $\frac{35a^2 - 29a + 6}{3 - 7a}$
82. $\frac{-6mn + 8m^2 - 5n^2}{2m + n}$ 83. $\frac{77xy + 49y^2 + 30x^2}{7y + 5x}$
84. $(b^4 - 4b^2 - 45) : (b^2 - 9)$
85. $(10x^4 + 27y^4 - 33x^2y^2) : (9y^2 - 5x^2)$
86. $(a^3 + 12a^2 + 38a + 21) : (a + 7)$
87. $(6c^3 - 22c^2 + 35c - 25) : (3c - 5)$
88. $(24m^3 - 38m^2n - 45mn^2 + 50n^3) : (6m - 5n)$
89. $(56u^2v - 16uv^2 + 15u^3 - 91v^3) : (7v + 5u)$

90. $(6a^3 - 52a^2b - 89ab^2 + 90b^3) : (6a^2 + 8ab - 9b^2)$.
 91. $(117q^3 - 83pq^2 - 44p^3 - 159p^2q) : (13q^2 - 11p^2 - 15pq)$.
 92. $(a^3 - 8a^3 + 7a - 56) : (a - 8)$.
 93. $(48u^3 - 60u^2v - 100uv^2 + 125v^3) : (12u^2 - 25v^2)$.
 94. $(4a^3 + 21a^2 - 25) : (4a + 5)$.
 95. $(19m^2n - 36n^3 + 35m^3) : (6n^2 + 5m^2 + 7mn)$.
 96. $(f^4 + 9f^3 + 6f^2 - 51f + 35) : (f^2 + 3f - 5)$.
 97. $(8p^4 - 26p^3q - 19p^2q^2 + 65pq^3 + 50q^4) : (4p^2 - 7pq - 10q^2)$.
 98. $(9a^4 - 22a^2 + 85a - 72) : (3a^2 - 5a + 9)$.
 99. $(100n^4 - 139m^2n^2 + 20m^4 - 7m^3n) : (5m^2 - 10n^2 + 7mn)$.
 100. $(2x^2 + 7xy - 5xz + 3y^2 - 5yz + 2z^2) : (x + 3y - 2z)$.
 101. $(15a^2 - 48b^2 + 84c^2 - 22ab - 81ac - 16bc) : (3a - 8b - 12c)$.
 102. $(15a^2 + 14ab - 35ax - 8b^2 - 9ay + 14bx - 12by + 21xy) : (5a - 2b - 3y)$.
 103. $(a^3 + b^3) : (a + b)$. 104. $(x^3 - y^3) : (x - y)$.
 105. $(125p^3 - 512) : (5p - 8)$. 106. $(1000u^3 + 729v^3) : (10u + 9v)$.
 107. $(m^3 + n^3) : (m^2 - mn + n^2)$. 108. $(8 - 27z^3) : (4 + 6z + 9z^2)$.
 109. $(2a^5 + 7a^4b - 30a^3b^2 + 12a^2b^3 + 13ab^4 + 2b^5) : (2a^2 - 3ab - b^2)$.
 110. $(21x^{10} - 41x^8 - 50x^6 + 10x^4 - 4x^2 + 9) : (7x^6 - 2x^4 + x^2 - 1)$.
 111. $(16a^6 - 9a^4 + 4a^3 - 4a^2 + 1) : (4a^3 + 3a^2 - 2a - 1)$.
 112. $(a^5 + b^5) : (a + b)$ 113. $(32x^{10} - y^5) : (2x^2 - y)$.
 114. $(p^5 - q^5) : (p^4 + p^3q + p^2q^2 + pq^3 + q^4)$.
 115. $(243 + z^5) : (81 - 27z + 9z^2 - 3z^3 + z^4)$.
 116. $(a^7 - 7a^6b + 21a^5b^2 - 35a^4b^3 + 35a^3b^4 - 21a^2b^5 + 7ab^6 - b^7) : (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)$.
 117. $(31p^{10}q^{13} - 80p^{14}q^7 + 18p^6q^{19} + 24p^4q^{22} - 20p^{18}q + 36p^{12}q^{10} - 25p^8q^{16} + 46p^{16}q^4) : (3p^4q^3 - 2p^6 - 6p^2q^6)$.
 118. $(a^2 - b^2 - 2bc - 2ad - c^2 + d^2) : (a - b - c - d)$.
 119. $(6a^2 + 7ab - 25ac - 16ad - 20b^2 + 18bc + 29bd + 14c^2 + 5cd - 6d^2) : (3a - 4b - 2c + d)$.
 120. $(a^6 + 4a^5 + 2a^4 - 10a^3 - 11a^2 + 6a + 9) : (a^3 + 2a^2 - a - 3)$.
 121. $(4a^2 - 20ab + 25b^2 - 9c^2 + 6c - 1) : (2a - 5b - 3c + 1)$.
 122. $(a^3 + 3a^2 + 3a + 1 - b^3) : (a + b - 1)$.
 123. $(8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3 + 216z^3) : (2x - 5y + 6z)$.
 124. $(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - c^3 + 3c^2d - 3cd^2 + d^3) : (a - b - c + d)$.
 125. $(27u^3 + 27u^2v + 9uv^2 + v^3 + w^3 - 3w^2 + 3w - 1) : (3u + v + w - 1)$.
 Die Division geht nicht auf: 126. $(a^2 + 2ab - b^2) : (a + b)$
 127. $(x^3 + y^3) : (x - y)$. 128. $(343m^6 - 8n^3) : (7m^2 + 2n)$.

129. $(27a^3 - 135a^2b + 225ab^2 - 25b^3) : (3a - 5b).$

130. $(u^4 + v^4) : (u + v).$

Nach dem Divisionsverfahren zu behandeln:

131. $x : (x - 1).$ **132.** $a : (a + b).$ **133.** $a : (1 + x).$

134. $a : (1 - x).$

§ 36.

Aggregat von Quotienten.

1) Bei gleichem Divisor.

1. [2. 3.] Eine Strecke ist $\frac{m}{n} m \left[\frac{5}{4} km, 0,7 m \right]$ lang, eine andere $\frac{r}{n} m \left[\frac{3}{4} km, 0,3 m \right]$ lang; welches ist die Summe und welches der Unterschied der beiden Strecken?

4. [5. 6.] Bilde die Summe der Brüche: $\frac{3}{x}, \frac{2}{x}$ und $-\frac{1}{x} \left[1,5, 2,4 \text{ und } -0,9, \frac{a}{n}, \frac{b}{n} \text{ und } -\frac{c}{n} \right].$

7. $\frac{3}{2} + \frac{5}{2}.$ **8.** $\frac{7}{4} - \frac{5}{4}.$ **9.** $0,9 + 0,5.$ **10.** $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{3}.$

11. $\frac{9}{8} - \frac{3}{8} - \frac{1}{8}.$ **12.** $1\frac{4}{5} + 2\frac{1}{5}.$ **13.** $2\frac{7}{12} - \left(1\frac{5}{12} + 3\frac{2}{12} \right).$

14. $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}.$ **15.** $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} - \frac{4}{9}.$ **16.** $1\frac{13}{20} - 2\frac{7}{20}.$

17. $9\frac{1}{16} + \left[\frac{3}{16} - \left(4\frac{5}{16} + 6\frac{11}{16} \right) \right].$ **18.** $0,9 - 1,5.$

19. $2,37 + 1,54 - 5,20.$ **20.** $3,195 - [2,170 - (11,600 + 8,455)].$

21. $\frac{a}{2} + \frac{b}{2}.$ **22.** $\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}y.$ **23.** $\frac{a}{5} + \frac{b}{5} - \frac{c}{5}.$

24. $\frac{1}{7}p - \left(\frac{2}{7}q + \frac{3}{7}r \right).$ **25.** $\frac{c}{x} + \frac{d}{x}.$ **26.** $\frac{p}{u} - \frac{1}{u}.$

27. $\frac{1}{n}a + \frac{1}{n}b - \frac{1}{n}c.$ **28.** $\left(\frac{2u}{z} - \frac{3v}{z} \right) - \left(\frac{5w}{z} - \frac{1}{z} \right).$

29. $\frac{r}{2} + \frac{r}{2}.$ **30.** $\frac{2}{5}p + \frac{3}{5}p.$ **31.** $\frac{7}{3}g - \frac{4}{3}g.$

32. $1\frac{5}{8}z - \frac{7}{8}z.$ **33.** $\frac{2a}{n} + \frac{a}{n}.$ **34.** $\frac{5x}{z} - \frac{2x}{z}.$

35. $\frac{5}{x}a + \frac{4}{x}a.$ **36.** $\frac{3}{m}b - \frac{2}{m}b.$

$$37. \frac{a}{4} + \frac{3a}{4} - \frac{5a}{4} - \frac{2a}{4}.$$

$$38. \left(\frac{2}{9}u - \frac{5}{9}u\right) + \left(\frac{4}{9}u + \frac{8}{9}u\right). \quad 39. 0,3z + 0,2z - 0,4z.$$

$$40. \left(1\frac{3}{8}m - 2\frac{5}{8}m\right) + \left(-1\frac{7}{8}m + 3\frac{1}{8}m\right).$$

$$41. \left(\frac{3a}{5} + \frac{4b}{5}\right) - \left(\frac{2a}{5} + \frac{7b}{5}\right).$$

$$42. 0,3x + 1,7y - 0,5x - 2,6y + 1,2x + 0,9y.$$

$$43. \frac{a}{2c} - \frac{3a}{2c} + \frac{6a}{2c} - \frac{7a}{2c} + \frac{5a}{2c}.$$

$$44. \frac{5f}{12z} + \frac{5g}{12z} - \frac{2h}{12z} - \frac{f}{12z} + \frac{g}{12z} - \frac{10h}{12z}.$$

$$45. \left(\frac{11a}{5x} - \frac{7b}{5x}\right) - \left(\frac{3a}{5x} + \frac{6b}{5x}\right) + \left(\frac{a}{5x} + \frac{8b}{5x}\right) - \frac{4a}{5x}.$$

$$46. \frac{5x}{6n} - \left[\frac{7y}{6n} - \left(\frac{8z}{6n} - \frac{4z}{6n}\right)\right] - \left[\frac{5y}{6n} - \left(\frac{2z}{6n} + \frac{2x}{6n}\right)\right] + \left(\frac{3y}{6n} - \frac{z}{6n}\right).$$

$$47. \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}. \quad 48. \frac{1}{2}(a+b) - \frac{1}{2}(a-b).$$

$$49. \frac{2m+5n}{3} + \frac{-m-2n}{3}. \quad 50. \frac{17i-2}{5} - \frac{-2i+3}{5}.$$

$$51. \frac{7x-3y}{10} + \frac{11x-5y}{10} - \frac{2y-2x}{10}.$$

$$52. \frac{1}{13}(3a-7b+4c) - \frac{1}{13}(2a+6b-5c) - \frac{1}{13}(a-4c).$$

$$53. \frac{2(p-5)}{17s} + \frac{3(p-4)}{17s} - \frac{5(p-3)}{17s} - \frac{24}{17s}.$$

$$54. \frac{3}{20}(8x-5y-4z+9) - \frac{7}{20}(2x-3y+5z-3) - \frac{11}{20}(x+2y-3z-4) + \frac{1}{20}(x-4y-16z-92).$$

$$55. \frac{2a-4b+5z}{7x} + \frac{5a-2b+5z}{7x} - \frac{-2a+b+3z}{7x}.$$

$$56. \frac{5n+4r+17}{8n} - \frac{-2n+3r-13}{8n} - \frac{3n+r+4}{8n}.$$

$$57. \frac{3}{a+b} + \frac{7}{a+b}. \quad 58. 5 \cdot \frac{1}{a-b} - 3 \cdot \frac{1}{a-b} + 4 \cdot \frac{1}{a-b}.$$

$$\begin{aligned}
 59. & \frac{7a+8b}{2a+3b} + \frac{3a+7b}{2a+3b} & 60. & \frac{9p-14q}{4p-3q} - \frac{5p-11q}{4p-3q} \\
 61. & \frac{8x+9y-18}{2x-7} - \frac{3x+2y-3}{2x-7} + \frac{x+7y-1}{7-2x} \\
 62. & \frac{13a^2+6ab-3b^2}{25a^2-9b^2} - \frac{7a^2+24ab-14b^2}{25a^2-9b^2} - \frac{-2a^2-3ab+8b^2}{25a^2-9b^2} \\
 & + \frac{21a^2-15ab+6b^2}{25a^2-9b^2} \\
 63. & \frac{2x-10y+7z}{5x-10y} - \frac{-3x+8y+9z}{5x-10y} - \frac{5x+3y-4z}{10y-5x} \\
 & - \frac{3x-5y-6z}{5x-10y}
 \end{aligned}$$

2) Bei verschiedenen Divisoren.

64. [65.] Eine Fläche besteht aus zwei Abteilungen zu $\frac{m}{2}ha$ und $\frac{n}{3}ha$ $\left[\frac{x}{4}ha$ und $\frac{x}{5}ha\right]$; welches ist die Summe, und welches der Unterschied dieser Abteilungen?

66. [67.] Bilde die Summe der Brüche $\frac{a}{3}$, $\frac{a}{4}$ und $-\frac{a}{5}$ $\left[\frac{m}{n}$, $-\frac{p}{q}$ und $-\frac{r}{s}\right]$.

68. [69.] Um wieviel wird der Bruch $\frac{6}{13} \left[\frac{a}{b}\right]$ von dem Bruch $\frac{9}{17} \left[\frac{x}{y}\right]$ übertroffen?

$$\begin{aligned}
 70. & \frac{1}{2} + \frac{1}{3} & 71. & \frac{2}{5} - \frac{3}{7} & 72. & 0,7 - 0,25 \\
 73. & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} & 74. & \frac{1}{6} - \frac{2}{3} & 75. & 1\frac{1}{5} + 2\frac{3}{10} & 76. & \frac{3}{4} - \frac{5}{6} \\
 77. & 1\frac{1}{4} - 2\frac{1}{10} & 78. & \frac{5}{6} + 0,9 & 79. & \frac{17}{18} - 1\frac{5}{12} & 80. & \frac{19}{20} - \frac{14}{15} \\
 81. & \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} & 82. & \frac{2}{5} - \frac{4}{7} - \frac{3}{9} \\
 83. & \left(1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}\right) - \left(3\frac{4}{5} + 1\frac{6}{7}\right) & 84. & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \\
 85. & \frac{5}{3} - \frac{4}{9} + \frac{2}{27} & 86. & \frac{3}{4} - \frac{5}{6} - \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$87. \left(\frac{5}{12} + 1\frac{7}{8} - 4\frac{5}{6} \right) + \frac{3}{4}. \quad 88. \frac{1}{6} + \frac{1}{10} - \frac{1}{15}.$$

$$89. \frac{7}{15} - \left(\frac{19}{30} + \frac{17}{35} \right). \quad 90. \frac{11}{30} - \frac{13}{42} - \frac{23}{70} + \frac{34}{105}.$$

$$91. \left(\frac{7}{24} - \frac{19}{36} \right) - \left(\frac{11}{30} + \frac{28}{45} \right).$$

$$92. \frac{9}{16} + \frac{17}{24} - \left[\frac{31}{60} + \frac{23}{40} - \left(\frac{57}{100} + \frac{22}{45} \right) + \frac{38}{75} \right].$$

$$93. 3 - \frac{2}{3}. \quad 94. 4 - 1\frac{5}{7}. \quad 95. 9 + \frac{3}{4} - 7\frac{2}{3} - 5.$$

$$96. 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \right).$$

$$97. \frac{a}{2} + \frac{a}{3}. \quad 98. \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x. \quad 99. \frac{2}{5}y + \frac{3}{2}y - 0,7y.$$

$$100. \frac{7m}{3} - \frac{3m}{4} - \frac{5m}{6} + \frac{m}{12}. \quad 101. \left(\frac{3a}{2} - \frac{4b}{5} \right) - \left(\frac{3a}{4} - \frac{9b}{10} \right).$$

$$102. \frac{5r}{3} - \left(\frac{3r}{4} - \frac{7r}{6} + \frac{6r}{8} \right). \quad 103. \frac{5}{12}a - \frac{7}{10}b - \frac{1}{6}c + \frac{4}{5}d.$$

$$104. \frac{m}{6} + \frac{n}{10} + \frac{1}{15}.$$

$$105. \left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y + \frac{5}{7}z \right) - \left(\frac{5}{21}x - \frac{9}{14}y + \frac{5}{6}z \right).$$

$$106. \frac{5a}{6} + \frac{7b}{10} - \frac{3a}{14} - \frac{13b}{15} - \frac{14a}{21} + \frac{29b}{35}.$$

$$107. a + \frac{1}{4}a. \quad 108. 3x - \frac{4}{7}x. \quad 109. 4m - \frac{3}{4}m - \frac{17}{25}m.$$

$$110. 2x + 5 - \frac{17}{10}x - \frac{64}{15}.$$

$$111. \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \quad 112. \frac{4}{x} - \frac{3}{y}. \quad 113. \frac{5}{2a} - \frac{4}{3a}.$$

$$114. \frac{8}{3p} - \frac{5}{3q}. \quad 115. \frac{2}{a} + \frac{3}{b} - \frac{4}{c}. \quad 116. \frac{5m}{4a} - \left(\frac{3m}{5a} + \frac{7m}{6a} \right).$$

$$117. a + \frac{b}{c}. \quad 118. 3 + \frac{4y}{x} - \frac{5z}{x}. \quad 119. \frac{2a}{bc} - \frac{3b}{ac} - \frac{c}{ab}.$$

$$120. \frac{11}{2xy} - \left(\frac{4}{3xz} + \frac{3}{5yz} \right).$$

$$121. 3 + \frac{4}{p} - \frac{2}{q} + \frac{7}{r} - \frac{1}{pq} - \frac{5}{pr} + \frac{10}{qr}.$$

122. $\frac{8}{a^2} - \frac{4}{ab} + \frac{2}{b^2}$. 123. $\frac{4}{25} - \frac{3n}{5m} + \frac{2n^2}{m^2}$.
124. $\left(\frac{2c^3}{a^3} - \frac{5c^2}{a^2b}\right) - \left(\frac{c}{ab^2} - \frac{3}{b^3}\right)$.
125. $\frac{3}{a^2} + \frac{2}{ab} - \frac{1}{ac} - \frac{5x}{b^2} + \frac{y}{bc} - \frac{4z}{c^2}$.
126. $\frac{7}{60f^4} - \left[\frac{11}{45f^3g} - \left(\frac{13}{40f^2g^2} - \frac{17}{36fg^3} + \frac{19}{24g^4}\right)\right]$.
127. $1 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right) + \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ad} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{bd} + \frac{1}{cd}\right) - \left(\frac{1}{abc} + \frac{1}{abd} + \frac{1}{acd} + \frac{1}{bcd}\right) + \frac{1}{abcd}$.
128. $\frac{2}{z^5} - \frac{3}{z^4} - \frac{5}{z^3} + \frac{7}{z^2} - \frac{6}{z} + 3$.
129. $\frac{7a}{2m^5n} - \frac{3b}{4m^3n^3} - \frac{3a}{5mn^5} + \frac{9b}{25n^6}$.
130. $\frac{x}{a^7b^5c^3} - \frac{y}{a^4b^6c} + \frac{z}{a^5b^2c^4}$.
131. $\frac{a+b}{3} + \frac{a-b}{2}$. 132. $\frac{1}{4}(3x-7y) - \frac{1}{5}(4x-2y)$.
133. $\frac{4m-n}{20} - \frac{-3m+2n}{28}$. 134. $\frac{7}{45}(8z-1) + \frac{11}{60}(-z+5)$.
135. $\frac{3y-4z}{36x} - \frac{5y-6z}{48x} + \frac{7y-8z}{60x}$.
136. $\frac{a-b}{30n} - \frac{a-2b}{42n} - \frac{-a+2b}{70n} + \frac{-a+5b}{105n}$.
137. $\frac{7}{10}(3x-4y+2z-1) + \frac{5}{12}(-5x-y+2z-4)$.
138. $\frac{11}{15}(4p-2q+6r) - \frac{4}{45} - (-p+8q-3r) + \frac{2}{75}(6p-5q+r) - \frac{2}{225}(-17p-10q+28r)$.
139. $\frac{5a+3b}{2c} - \frac{4a-2c}{3b} + \frac{-2b+3c}{5a}$.
140. $\frac{x^4-4}{36x^3} - \frac{x^3+7}{18x^2} - \frac{x^2-2}{24x} + \frac{5x-1}{72}$.
141. $\frac{4}{3(a+b)} - \frac{2}{5(a+b)}$. 142. $\frac{9}{5x-5y} + \frac{11}{3x-3y}$.

$$143. \frac{13z}{6x-6} - \frac{9z}{10x-10} + \frac{7z}{15x-15}.$$

$$144. \frac{3c}{12z+20} - \frac{4d}{15z+25} - \frac{d}{18z+30} + \frac{10c}{3z+5}.$$

$$145. \frac{4}{a^2-ab} - \frac{5}{ab-b^2}.$$

$$146. \frac{7x}{4a^2-6ab+10ac} - \frac{4x}{6ab-9b^2+15bc} \\ + \frac{2x}{10ac-15bc+25c^2}.$$

$$147. \frac{2a+5b}{4(3m-5n)} + \frac{3a-7b}{6(5n-3m)}.$$

$$148. \frac{x-1}{70x-14} - \frac{-x-1}{21-105x} + \frac{4}{175x-35}.$$

$$149. \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-5}. \quad 150. \frac{2}{3a-7b} - \frac{5}{2a-3b}.$$

$$151. \frac{6a+3}{a+7} - \frac{5a-2}{a-5}. \quad 152. \frac{2p+7q}{4p-5q} - \frac{8p-6q}{3p+2q}.$$

$$153. \frac{4}{i-2} - \frac{5}{i-3} + \frac{6}{i-5}. \quad 154. \frac{6a-7}{2a-5} - \frac{10a}{3a-4} + \frac{9}{4a-1}.$$

$$155. \frac{5a}{a+b} - \frac{4b}{a-b}. \quad 156. \frac{7a-2b}{5a-4b} - \frac{3a+8b}{5a+4b}.$$

$$157. \frac{7x-2}{20x+20} - \frac{3x+10}{30x-30}.$$

$$158. \frac{5u-4}{4u+6} - \frac{2u+3}{6u-9} - \frac{u}{10u+15} + \frac{3}{14u-21}.$$

$$159. \frac{4p+2q}{p+q} + \frac{3p-5q}{p-q} - \frac{6p^2-2pq-8q^2}{p^2-q^2}.$$

$$160. \frac{7}{30a+24b} - \frac{3}{20a-16b} + \frac{a+9b}{25a^2-16b^2}.$$

$$161. \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{(x-1)^2}.$$

$$162. \frac{5}{4a^2+12ab+9b^2} - \frac{3}{4a^2-9b^2} - \frac{2}{4a^2-12ab+9b^2}.$$

$$163. \frac{3m^2-5m+7}{m^2+2m+1} - \frac{7m^2+5}{m^2-1} + \frac{4m^2-3m-2}{m^2-2m+1}.$$

$$164. \frac{5c-3}{ab+4a+3b+12} + \frac{2b-9}{ac+5a+3c+15} - \frac{4a-7}{bc+5b+4c+20}.$$

$$165. \frac{1}{8ab+14a+20b+35} - \frac{1}{8ab-14a-20b+35} + \frac{1}{4a^2-25} - \frac{1}{16b^2-49}.$$

$$166. \frac{x^2-2x+3}{60x^2+180x+135} - \frac{x-5}{24x+36} - \frac{x+2}{20x-30} + \frac{x^2-7}{24x^2-54} + \frac{x^2-4x-1}{20x^2-60x+45} + \frac{11}{30}.$$

Vermischte Beispiele.

$$1. \left(\frac{2}{3}a + \frac{1}{2}b\right) \cdot \left(\frac{4}{5}a - \frac{1}{3}b\right).$$

$$2. \left(3x - 4y + \frac{2}{3}z\right) \left(5x - \frac{2}{3}y - \frac{4}{5}z\right).$$

$$3. \left(4a^2 + \frac{1}{2}a - \frac{1}{5}\right) (2a - 5).$$

$$4. \left(\frac{7a}{3} + 2 - \frac{3}{7a}\right) \cdot \left(a - \frac{1}{a}\right).$$

$$5. \left(\frac{6a}{5b} + 4 - \frac{2b}{3a}\right) \cdot \left(\frac{5a}{9b} - \frac{4}{5} - \frac{6b}{5a}\right).$$

$$6. \left(\frac{7}{9}x + \frac{6}{7}y\right)^2 \quad 7. \left(\frac{4m}{3n} - \frac{3n}{4m}\right)^2.$$

$$8. \left(\frac{3a^2}{5b} - \frac{2b}{3a^2}\right)^2 \quad 9. \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - \frac{1}{4}z\right)^2.$$

$$10. \left(\frac{a^2}{b} - 5a + 2b - \frac{b^2}{a^2}\right)^2.$$

$$11. \left(\frac{1}{3}u + \frac{1}{5}v\right)^3 \quad 12. \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right)^3.$$

$$13. \left(\frac{5x^2}{2y} - \frac{3x}{y^2}\right)^3.$$

$$14. \left(\frac{6}{11}p + \frac{4}{9}q\right) \left(\frac{6}{11}p - \frac{4}{9}q\right).$$

$$15. \left(\frac{m}{n} + \frac{p}{q} \right) \cdot \left(\frac{m}{n} - \frac{p}{q} \right).$$

$$16. \left(\frac{5a^2b}{2c} + 3x \right) \left(\frac{5a^2b}{2c} - 3x \right).$$

$$17. \left(a^2 - 1 + \frac{1}{a^2} \right) \left(a + \frac{1}{a} \right).$$

$$18. \left(\frac{2x}{5y} - \frac{3y}{2x} \right) \left(\frac{4x^2}{25y^2} + 0,6 + \frac{9y^2}{4x^2} \right).$$

$$19. \left(\frac{2}{3}x^3 + 5x^2 - \frac{4}{3}x + 12 \right) \cdot \left(\frac{2}{3}x^3 - 5x^2 - \frac{4}{3}x - 12 \right).$$

$$20. \left[\frac{2a^2}{5b^2} - \frac{5a}{8b} + 1 - \frac{8b}{5a} + \frac{5b^2}{2a^2} \right] \cdot \left[\frac{2a^2}{5b^2} - \frac{5a}{8b} - 1 + \frac{8b}{5a} - \frac{5b^2}{2a^2} \right].$$

$$21. \left[a^4 + a^2 + 1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^4} \right] \cdot \left[a - \frac{1}{a} \right].$$

$$22. \left[\frac{16x^4}{81y^2} - \frac{20x^2}{27y^2} + \frac{25}{9} - \frac{125y^2}{12x^2} + \frac{625y^4}{16x^4} \right] \cdot \left[\frac{2x}{3y} + \frac{5y}{2x} \right].$$

$$23. \left[\frac{4}{3}a^2 - \frac{2}{5}a^2b - \frac{3}{4}ab^2 + b^3 \right] : a^3b^3.$$

$$24. \left[\frac{2x^2y}{3z} - \frac{5xy^2}{4} + \frac{2y^3z}{5} - \frac{7y^4z^2}{6x} \right] : \left[-\frac{70y^2}{z^2} \right].$$

$$25. \left[\frac{25p^3}{36qr^5} + \frac{5p^2}{8r^3} - \frac{75pq}{24r} - \frac{125q^2r}{12} + \frac{q^3r^3}{16p} \right] : \frac{75pq}{24r}.$$

$$26. \left[\frac{8}{15}a^2 - \frac{21}{25}ab - 0,3b^2 \right] : \left[\frac{4}{3}a + \frac{2}{5}b \right].$$

$$27. \left[\frac{6r^2}{49s^2} + \frac{2}{7} - \frac{24s^2}{25r^2} \right] : \left[\frac{3r}{7s} - \frac{4s}{5r} \right].$$

$$28. \left(\frac{5x^2}{8} - 3\frac{11}{24} \cdot \frac{x}{y} + \frac{5}{3y^2} \right) : \left(\frac{5x}{4} - \frac{2}{3y} \right).$$

$$29. \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{56}{3}x^2y + \frac{101}{12}xy^2 - 5y^3 \right) : \left(\frac{1}{2}x - 6y \right).$$

$$30. \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{14x^2}{45y^2} + \frac{1}{25y^4} \right] : \left[\frac{x^2}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{y} - \frac{1}{5y^2} \right].$$

$$31. \left[\frac{a^2}{6} + \frac{ab}{60} - \frac{ac}{63} - \frac{b^2}{20} + \frac{29}{420}bc - \frac{1}{42}c^2 \right] : \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{5} - \frac{c}{7} \right).$$

$$32. \left[\frac{5m^3}{3n} + \frac{21m^2}{2} - \frac{1189mn}{72} - \frac{71n^2}{12} + \frac{n^3}{3m} \right] \\ : \left[\frac{5m}{2n} - 3 - \frac{4n}{3m} \right].$$

$$33. \left[\frac{p^3}{8q^2} - \frac{77p^2}{12q} + \frac{1593p}{80} + \frac{263q}{30} - \frac{99q^2}{20p} + \frac{2q^3}{25p^2} \right] \\ : \left[\frac{p}{4q} - 12 + \frac{q}{5p} \right].$$

$$34. \left[\frac{32a^5}{243b^5} - \frac{20a^4}{81b^4c} + \frac{5a^3}{27b^3c^2} - \frac{5a^2}{72b^2c^3} + \frac{5a}{384bc^4} - \frac{1}{1024c^5} \right] : \left[\frac{4a^2}{9b^2} - \frac{a}{3bc} + \frac{1}{16c^2} \right].$$

$$35. \left[\frac{x^3}{y^3} + \frac{u^3}{v^3} \right] : \left[\frac{x}{y} + \frac{u}{v} \right].$$

$$36. \left(\frac{125a^6}{343b^9} - \frac{27c^3}{64d^{12}} \right) : \left(\frac{5a^2}{7b^3} - \frac{3c}{4d^4} \right).$$

$$37. \left[x^3 + \frac{1}{x^3} \right] : \left[x^2 - 1 + \frac{1}{x^2} \right].$$

$$38. \left[\frac{8m^3}{125n^6} - \frac{n^6}{27m^3} \right] : \left[\frac{4m^2}{25n^4} + \frac{2}{15} + \frac{n^4}{9m^2} \right].$$

$$39. \left[\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}y^2 - \frac{1}{25}z^2 + \frac{2}{5}z - 1 \right] \\ : \left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - \frac{1}{5}z + 1 \right].$$

$$40. \left[\frac{x^{10}}{32y^5} - z^{15} \right] : \left[\frac{x^2}{2y} - z^3 \right].$$

$$41. \left[\frac{32a^5}{243b^5} + \frac{243b^5}{32a^5} \right] : \left[\frac{16a^4}{81b^4} - \frac{4a^2}{9b^2} + 1 - \frac{9b^2}{4a^2} + \frac{81b^4}{16a^4} \right].$$

$$42. \frac{8a^2x - 4a^2 + 8abx - 4ab + 2b^2x - b^2}{8a^2x - 2b^2x - 4a^2 + b^2}.$$

$$43. \frac{3rx^2 - x^2 - 27ry^2 + 9y^2}{x^2 - 6xy + 9y^2 - 3rx^2 + 18rxy - 27ry^2}.$$

$$44. \frac{a^2x^2 - 2abx^2 + b^2x^2 - a^2y^2 + 2aby^2 - b^2y^2}{a^2x^2 + 2a^2xy + a^2y^2 - b^2x^2 - 2b^2xy - b^2y^2}.$$

$$45. \frac{225x^2y^2 + 150xy^2 + 25y^2 - 36x^2 - 24x - 4}{225x^2y^2 - 180x^2y + 36x^2 - 25y^2 + 20y - 4}.$$

$$46. \frac{acx + acy + bcx + bcy + adx + ady + bdx + bdy}{acu + bcu + adu + bdu - acv - bcv - adv - bdv}.$$

$$47. \frac{acm - acn - bcm + bcn + adm - adn - bdm + bdn}{acn - bcn - adn + bdn - acm + bcm + adm - bdm}.$$

$$48. \frac{10xyz - 10xy - 8xz + 8x - 15yz + 15y + 12z - 12}{14xy + 8x - 21y - 12 - 14xyz - 8xz + 21yz + 12z}.$$

$$49. \frac{a^4 + 2a^2b^2 + b^4}{a^4 - b^4}. \quad 50. \frac{625x^4 - 450x^2y^2 + 81y^4}{625x^4 - 81y^4}.$$

$$51. \frac{2ap + 2aq}{3p + 3q} + \frac{9am - 15a}{12m - 20} + \frac{4a^2 - 4a}{5 - 5a} - \frac{11}{66}a.$$

$$52. \frac{15mx}{15a^3mx} - \frac{7a + 3b}{7a^3b + 3a^2b^2} + \frac{2b - 5a}{5a^2b^2 - 2ab^3} + \frac{3b^5}{3b^8}.$$

$$53. \frac{39a}{9ax + 9ay} - \frac{60b}{25bx + 25by} - \frac{77c}{49cx + 49cy}.$$

$$54. \frac{2ax + 3bx}{20ax - 16bx} + \frac{6ay - 15by}{45ay - 36by} - \frac{3az - bz}{30az - 24bz}.$$

$$55. \frac{14a^2 + 35ab}{7a^2 + 7ab} - \frac{27ab - 36b^2}{9ab - 9b^2} + \frac{2a^2b - 2ab^2}{a^3 - a^2b - ab^2 + b^3}.$$

$$56. \frac{28x + 35y}{84x - 126y} + \frac{40x - 50y}{200x + 300y} + \frac{a - b - c}{15b + 15c - 15a} - \frac{24x^2 + 6xy + 48y^2}{24x^2 - 54y^2}.$$

$$57. \left[\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}a - \frac{4}{5}a + \frac{5}{6}a \right] \cdot \left[\frac{1}{2}b + \frac{1}{4}b + \frac{1}{8}b + \frac{1}{16}b \right].$$

$$58. \left[\frac{7}{15}x - \frac{5}{21}x + \frac{3}{35}x \right] \cdot \left[y - \frac{4}{5}y - \frac{7}{17}y \right].$$

$$59. \left[\frac{5}{6}a + \frac{2}{7}b - \frac{3}{4}a + \frac{5}{7}b \right] \cdot \left[\frac{3}{5}a - \frac{13}{11}b - \frac{3}{25}a + \frac{2}{11}b \right].$$

$$60. \left[\frac{5}{6}a^2 + \frac{1}{2}a - \frac{10}{3} - \frac{1}{6}a^2 + \frac{1}{3}a + \frac{1}{3} \right] \cdot \left[\frac{12}{11}a - \frac{3}{4}b - \frac{1}{11}a \right].$$

$$61. \left[\frac{2x + 3y}{2} - \frac{6x + 5y}{3} + \frac{5x - 4y}{5} \right] \cdot \left[\frac{x + 7y}{7} - \frac{2x + 3y}{3} \right].$$

$$62. \left[\frac{3a^2 - a + 2}{2} - \frac{5a^2 + 2a - 1}{4} + \frac{-a^2 + 7a - 9}{8} \right] \cdot \frac{a^2 - a - 1}{8}.$$

63. $\left[\frac{5}{8} r^2 - \frac{3}{4} r^2 + \frac{2}{3} r^2 - r^2 \right] : \left[\frac{2}{3} r - \frac{5}{4} r \right]$.
64. $\left[\frac{6p+2q}{27} + \frac{5p-3q}{15} - \frac{5}{9} p - \frac{1}{5} q \right] : \left[\frac{5p+3q}{12} - \frac{5p+3q}{15} + \frac{3p-q}{20} \right]$.
65. $\left[\frac{x+3}{15x+30} - \frac{x+3}{21x+42} + \frac{x+3}{35x+70} \right] : \left[\frac{3x+9}{7x+14} - \frac{3x+9}{10x+20} \right]$.
66. $\left[\frac{4a+2b}{9a-6b} - \frac{6a+3b}{15a-10b} \right] : \left[\frac{6a+3b}{15a-10b} - \frac{2a+b}{30a-20b} \right]$.
67. $\left[\frac{a+7}{(a+2)(a+3)} - \frac{a+6}{(a+2)(a+5)} \right] \cdot \frac{a^2+8a+15}{3a+17}$.
68. $\left[\frac{x-7y}{(x+2y)(x-3y)} - \frac{x-y}{(x-3y)(x+5y)} \right] : \frac{-y(x+11y)}{x^2-xy-6y^2}$.
69. $\left[\frac{c+1}{ab-a-b+1} - \frac{b+1}{ac-a-c+1} \right] \cdot \left[\frac{a-1}{b+c} - \frac{a-1}{b-c} \right]$.
70. $\left[\frac{2p^2+pq-q^2}{p^2+2pq+q^2} - \frac{3p^2-5q^2}{p^2-q^2} + \frac{p^2-pq+6q^2}{p^2-2pq+q^2} \right] : \frac{p^4-q^4}{p^2-6pq+7q^2}$.
71. $\frac{9a+9b}{12c-20d} \cdot \frac{8x-28y}{5a-5b} \cdot \frac{15c-25d}{18x-63y}$.
72. $\frac{a+2b-3c}{25-5m} \cdot \frac{7m-35}{2p-3} : \frac{24c-8a-16b}{15-10p}$.
73. $\frac{14a+35b}{y^2-6y+9} : \frac{4a^2-25b^2}{x^2+10x+25} \cdot \frac{8a-20b}{7x+35} : \frac{4}{y-3}$.
74. $\frac{ab+5a+3b+15}{5d-35} : \frac{ac+a+3c+3}{4d-28} : \frac{4b+20}{5c+5}$.
75. $\frac{2xy-6x+4y-12}{7z-28} : \frac{4px+8p+20x+40}{3m-9n-30} \cdot \frac{5pz-20p+25z-100}{33-33r-11y+11ry} \cdot \frac{14r-14}{150-15m+45n}$.

$$76. \left(\frac{2x-7}{10} - \frac{3x+8}{12} - \frac{x-20}{15} \right) : \frac{7xy+2y-21x-6}{35y-105} \\ + \left(\frac{5m}{7m} + \frac{8a-10}{25-20a} \right) \cdot \left(\frac{100-9k^2}{(10+3k)(10-3k)} + \frac{3m-6}{4x} \right. \\ \left. \cdot \frac{4x}{5m-10} + \frac{2u-3v-5w}{8u-12v-20w} + \frac{3-z}{10z-30} \right).$$

$$77. \left[\frac{4b-3}{18a+30} - \frac{5b-9}{30a+50} - \frac{-11b+2}{45a+75} - \frac{7b+28}{90a+150} \right] \\ \cdot \left[\frac{49-21a}{35-35b} - \frac{5-4a+5b-4ab}{4-4b^2} \right. \\ \left. + \frac{4-20a+25a^2}{40-100a-40b+100ab} \right] - \left[\frac{9r}{225x+225} - \frac{3sx-3s}{25x^2-25} \right] \\ : \frac{12(2r-3)+36(1-2s)}{7x+7}.$$

$$78. \left[\frac{7a+3x}{m+3} - \frac{2a+5z}{m-3} - \frac{36a+27x}{9m+27} - \frac{5(z+a)}{3-m} \right] \cdot \left[\frac{m-12n}{6a} \right. \\ \left. + \frac{2n}{a} - \frac{3}{2am} \right] - \left[\frac{5p-4}{15p-12} + \frac{14}{9q+45} \cdot \frac{3q+15}{7} \right].$$

$$79. \left[\frac{25a-30x}{60} - \frac{28b-24x}{48} \right] \cdot \left[\frac{9}{a+b} (2-z) - 3 : \frac{a+b}{2-3z} \right] \\ - \left[\frac{12a+7}{a+x} - \frac{7a-12ax+7x-12x^2}{a^2+2ax+x^2} \right] \\ : \left[\frac{3}{1-\frac{3b}{4a}} + \frac{4}{1-\frac{4a}{3b}} \right] + \left[\frac{33a^3}{a^2-b^2} : \frac{3a^2}{a+b} \right. \\ \left. - 9 : \left(\frac{a}{b} - 1 \right) \right] : \left(1 + \frac{a}{b} \right).$$

$$80. \frac{\frac{2}{35b^2} - 31 \cdot \left(1 : \frac{35y}{x} : \frac{3bx}{y} - \frac{mn}{5am \cdot 21n} \right) + \frac{2b}{15a^2}}{\frac{1}{35b^2} - \frac{1}{21ab} - \frac{2}{105a^2}}.$$

$$81. \left[\frac{51a^4-51a^3b}{3a-3b} - \frac{5b^4-5b^3}{b-1} - \frac{21a^3-35b^3}{7} \right] \\ : \left[\frac{22a^2z}{2z} - \frac{45a^5}{5a^3} \right] - \frac{\left[(2a)^2 : a - 3m + 6a + \frac{1}{3} \cdot 9m \right] \cdot 3x}{6a^2x : 2a^2 + 2 \cdot (7x-6x)}.$$

$$82. \frac{12rs : 3s - r}{6rt : 3t + r} : \left[\frac{7s - 2 \cdot (5s - 4s)}{3s + 2 \cdot (6s - 5s)} \right. \\ \left. - \frac{y + (3z^2 - 2z^2) : z - \frac{1}{3} \cdot (4z - z)}{x + u^2 \cdot \frac{1}{u} - \frac{1}{5}(7u - 2u)} \right] + \frac{5w^5 : 5w^4 + w}{21w^6 : 7w^5 - w} \\ : \left[\frac{3a^2x + 2a^2x}{7a^2y - 2a^2y} - \frac{20m^5 : 5m^5 + 33p : 11p}{10 - 18q^2 : 6q^2} \right].$$

$$83. \left[\frac{\frac{1}{15}a + \frac{1}{12}b}{\frac{1}{20}a - \frac{1}{10}b} - \frac{\frac{1}{35}a - \frac{1}{10}b}{\frac{1}{14}a + \frac{1}{7}b} - \frac{13a^2 + 98ab + 12b^2}{75a^3 : 5a - 30b \cdot 2b} \right] \\ \cdot \left[\frac{a - 3x}{2a - 6x} - \frac{m - 1}{4 - 4m} + \frac{a - z}{8a - 8z} + \frac{1}{16} \right] \cdot \left[\frac{5a^2 + 3a^2}{a^2 + a^2} \right]^2.$$

$$84. \left[\frac{\frac{7}{20}p - \frac{1}{5}q}{\frac{2}{5}p + q} - \frac{\frac{5}{y} - \frac{4}{x}}{\frac{18}{y} - \frac{12}{x}} - \frac{\frac{1}{2q} - \frac{1}{5p}}{\frac{1,2}{q} + \frac{3}{p}} + \frac{\frac{1}{7}x + \frac{1}{3}y}{\frac{10}{7}x - \frac{20}{21}y} \right. \\ \left. - \frac{7p - (5 + 3m : 3m) \cdot 3q}{120p^4 : 5p^3 + 120q^5 : 2q^4} + \frac{x - (y + 5 \cdot 6y)}{360x^7 : 4x^6 - 360y^2 : 6y} \right] \\ \cdot [4a^3 - 2a^2b + 3ab^2 - b^3].$$

VI. Lineäre Gleichungen mit einer Unbekannten.

(§ 37–38).

§ 39. (mit § 44).

Einfache Gleichungen.

1. $x + 9 = 13$. 2. $x - 7 = 15$. 3. $25 - x = 9$. 4. $8x = 72$.
 5. $\frac{x}{11} = 13$. 6. $\frac{60}{x} = 4$.
 7. $27 + x = 40$. 8. $x - 95 = 74$. 9. $137 - x = 92$.
 10. $x \cdot 14 = 112$. 11. $x : 25 = 5$. 12. $168 : x = 7$.
 13. $24 = 32 + x$. 14. $-22 = x - 17$. 15. $-13 = -16 - x$.
 16. $34 = 7x$. 17. $-5 = \frac{x}{12}$. 18. $69 = \frac{92}{x}$.

19. $5\frac{2}{3} + x = 9$. 20. $x - 4,5 = -7,2$.

21. $3\frac{5}{12} - x = 6\frac{8}{15}$. 22. $51x = -119$. 23. $x : 3\frac{1}{2} = 8$.

24. $9\frac{2}{3} : x = 5\frac{4}{5}$.

25. $-4,35 + x = 8,3$. 26. $x - 3\frac{4}{5} = -5\frac{2}{3}$.

27. $-\frac{1}{4} - x = -\frac{3}{5}$. 28. $-3\frac{1}{3}x = 7\frac{1}{7}$.

29. $x : -\frac{2}{3} = -\frac{15}{16}$. 30. $4\frac{1}{5} : x = -3\frac{1}{9}$.

31. $x + p = q$. 32. $x - m = -n$. 33. $-r - x = s$.

34. $cx = 1$. 35. $\frac{x}{f} = f$. 36. $\frac{c}{x} = d$.

37. $5a = 3a + x$. 38. $2m = x - 7m$. 39. $s = 5s - x$.

40. $c = 2x$. 41. $-q = \frac{x}{9}$. 42. $6 = \frac{42n}{x}$.

43. $x + (a - 2b) = -4c$. 44. $x - (2a - 5b) = 3a - b$.

45. $2p - q - x = 3p + q$. 46. $4a^2bx = -20a^3b^2c$.

47. $\frac{x}{a+b} = a - b$. 48. $\frac{a^2 - 6ab + 9b^2}{x} = a - 3b$.

49. [50. 51. 52.] Welche Zahl gibt zu 15 $[-4, 3p, a+b]$ addiert 18 $[-7, 2p, a-b]$?

53. [54. 55. 56.] Von welcher Zahl muß man 21 $[13, -17, 5r]$ subtrahieren, um 9 $[24, -12, -6r+s]$ zu erhalten?

57. [58. 59.] Welche Zahl gibt von 19 $[-15, 3i+2k-l]$ subtrahiert 10 $[-19, i-k+l]$?

60. [61. 62. 63.] Das 3fache $[7\frac{1}{2}$ fache, m fache, $(a+5b)$ fache] einer Zahl ist 19 $[125, 16mn, 9a+45b]$; wie heißt die Zahl?

64. [65. 66.] Der siebente $[5\frac{1}{2}^{\text{te}}, (2m-3n)^{\text{te}}]$ Teil einer Zahl ist 16 $[-4\frac{3}{11}, 2m+3n]$; wie heißt die Zahl?

67. [68. 69.] Welche Zahl ist in 120 $[-37\frac{1}{2}, 20p^3q^2r]$ 16 mal $[-2\frac{1}{2}$ mal, $5p^2q$ mal] enthalten?

70. [71.] Nachdem ich 22 M [5,75 $\mathcal{M}$] eingenommen habe, besitze ich 37,40 M [8 $\mathcal{M}$]; wieviel hatte ich zuvor?

72. [73.] Das Thermometer ist seit gestern um 5,3° C [0,7° C] gefallen; heute steht es -0,2° [-5,8°]; gestriger Stand? 5,1

74. [75.] Wieviel ist aus einem Wasserbehälter von 15 cbm [24,86 hl] Inhalt ausgeflossen, wenn jetzt noch 8,953 cbm [7,34 hl] vorhanden sind? 77,52

76. [77.] Mit welcher Geschwindigkeit bewegte sich ein Reiter, der in $\frac{3}{4}$ Stunden [$1^h 10^m$] einen Weg von 5,4 km [13,44 km] zurücklegte? 19,2 km

78. [79.] Eine Menge Getreide wurde in 29 [$14\frac{1}{2}$] Säck³⁹ verteilt; jeder volle Sack wog 73 kg [48 kg]; wieviel Getreide war es? $\frac{39}{2} \cdot 48 = \frac{480}{2} = 240$

80. [81.] Welche Strecke läßt sich auf eine Länge von 1 km [14 m] 125 mal [$8\frac{3}{4}$ mal] auftragen? $\frac{1}{35} = \frac{4}{35}$

§ 40. (mit § 41 und 44).

1) Das Ordnen der Gleichung.

1. $7x - 5 = 6x + 11$. 2. $3x + 11 = 6x - 28$.
 3. $3x + 5 = 5x + 23$. 4. $11x - 4 = 13x - 2$.
 5. $103 - 6x = 118 - 7x$. 6. $19 - 7x = 28 - 10x$.
 7. $31x + 14 = 25x + 57$. 8. $40 - 17x = -39 + 13x$.
 9. $17 - 3x = 5x + 17$. 10. $2x + 5x - 33 = 8x - 37 - 15$.
 11. $11x - 4x - 15 - 2x - 5 + 5x = 0$.
 12. $9 - 7x + 12x - 8 = 20 - 2x - 3$.
 13. $36 - 10x - 9 - 15 - 7x - 12 = 0$.
 14. $8x + 204 - 4x - 15 - x + 10 = 21x + 50 - 60 - 21 - 8x$.
 15. $4x + 13 - 7x - 17 = 21 + x - 25 - 8x$.
 16. $x - 47 - 4x + 103 + 13x + 43 = 64 - 11x + 2x + 36$.
 17. $13 + 6x - 11 + 5x - 23x + 7 + 21x = 0$.
 18. $9x - 143 + 4x + 52 - 8x - 176 = -40 + 20x - 7x - 27$.
 19. $5x - 4 + 2x - 3 - 10x = 8x - 24 + x - 2x + 15$.
 20. $15 - 3x - 24 + 19 - x = -4x + 8 - 15 + 3x - 2$.
 21. $ax - b = cx - d$. 22. $p - qx = r - sx$.
 23. $x + b = mx - n$. 24. $f - gx = 1 - x$. 25. $ax - a = 1 - x$.

26. $rx + p = sx + p$. 27. $ax - a^2 = bx - b^2$. 28. $2mx = 1 + x$.
 29. $4px - 1 = 4p + x$. 30. $10x + 4c = 3x + 25c$.
 31. $37p - 2x = 3x - 3p$. 32. $15q - mx = nx + 15q$.
 33. $2ax + 35b - 10a - 7bx = 0$.
 34. $5x + 2mn - 5m - 2nx = 0$. 35. $5x - 7a + 3b = 4x - 6a + 2b$.
 36. $4x - 5r - 7s = 13r - 2x - 37s$. 37. $6i - 3x - 50 = 4x + 5i - 1$.
 38. $7x + 6 + 3a + 4b - 3x = 2x + 13a - 4b$.
 39. $4x - 10q - q + 9 + x = 11p - 6x + 9$.
 40. $2x - f + y + 5x + 9 + 4y = 19f - 3x - 31 + 5y$.
 41. $20x - 17a - x = 17x - 13b - 16a + 14b$.
 42. $13a + px + 2a - 7b = 5b + 15a + 9x - 12b$.
 43. $15x + m + 7 - n - 2x + 2m - 4 - 5m + n - 8x + 4 = 0$.
 44. $ax + b - 3q = 4ap - 3q + b - 3a$.
 45. $5ax + 5b - c = 4ax + 6b - 2c$.
 46. $7ax - b - 3bx = 6ax - 2bx + a$.
 47. $8ax - 4x - 3a - 7 = 5ax - 3x + 2a - 9$.
 48. $12qx + 9s - 3mx + 6p = 9s + 39x - 3mx + 21p$.
 49. $7ax - 2bx + 10a - b = 7a + 8ax + 2b - 3bx$.
 50. $2x + (3a - 5b) = x - (4a + 3b)$.
 51. $(7p - 4r) + 5x = 2x - (2p + r)$.
 52. $mx + (a + b - c) - nx + (a - b + c) = 0$.
 53. $(a + b)x + c = (a - b)x + d$.
 54. $(2a - 5b)x + (3a - b) = (a - 4b)x + (5a - 2b)$.
 55. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 10$. 56. $3\frac{2}{5}x - 1\frac{1}{2}x - 19 = 0$.
 57. $\frac{2}{5}x + \frac{3}{4}x - 20 = \frac{7}{10}x - 11$. 58. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = x + 17$.
 59. $5x + 60 + 85 = 137 + 85 - 2x$.
 60. $13x - 17 - 257 = 10x - 257 + 13$.
 61. $4 - p - 2x + q = q + 5x - 3 - p$.
 62. $ax + b - i + k = cx - d - i + k$.
 63. $11x + 14 - 23x = 95 - 23x + 8x$.
 64. $17x + 195 - 87x + 6 = 195 - 6 - 87x + 23x$.
 65. $8 + 21x - 11x^2 = -11x^2 - 50 - 8x$.
 66. $5x^2 + 27x + 19 = 33x + 1 + 5x^2$.
 67. $ax^2 + bx - c = ax^2 - dx + e$.
 68. $7x - 4mx^2 + 3a = 11x - a - 4mx^2$.
 69. $2x^3 + 3x^2 + 4x + 2 = 2x^3 + 3x^2 + 9x - 18$.

70. $px^3 + qx^2 + rx + s = px^3 + qx^2 + fx + g.$

71. $11x^2 + 9x - 3 - 4x^2 = 7x^2 - 10 + 10x.$

72. $9x^2 + 17x + 5 - 4x^2 = 4x^2 + 10x - 2 + x^2.$

73. $9x - 855 = -99x - 2025.$

74. $231x - 1353 - 44x = 2200 + 44x + 165.$

75. $9ax - 13a = 7ax - 12a.$ 76. $91px + 65p = 130px - 130p.$

77. $49mx - 21m - 35mx = 70m - 21mx - 63m.$

78. $91x + 95 - 42 = 119x - 14 + 95.$

79. $135ax - 63a - 47b = 153ax - 189a - 47b.$

80. $9abx - 2a^2b + 2ab^2 = 8abx + 5a^2b - 4ab^2.$

81. $10m^2nx - 17pq + 25m^3n - 35m^2n^2 = 20m^3n - 17pq + 15m^2nx - 30m^2n^2.$

82. [83. 84. 85.] Das Zweifache [17 fache, $3\frac{1}{2}$ fache, $25(m+n)$ m fache] und das Dreifache [13 fache, $7\frac{1}{2}$ fache, $100 = 100 \cdot 38$ n fache] einer Zahl geben zusammen 100 [96, 121, a]; wie heißt die Zahl? $\frac{100}{m+n}$

86. [87. 88. 89.] Das 7 fache [19 fache, $5\frac{1}{3}$ fache, r fache] einer Zahl übertrifft das 5 fache [11 fache, $2\frac{1}{2}$ fache, s fache] derselben Zahl um 18 [44, 85, n]; wie heißt die Zahl?

90. [91. 92. 93.] Vom 7 fachen [23 fachen, $1\frac{3}{4}$ fachen, n fachen] einer Zahl 19 [18, 7, a] subtrahiert gibt das nämliche wie zum 6 fachen [12 fachen, $1\frac{1}{5}$ fachen, 1 fachen] derselben Zahl 2 [15, 1, b] addiert; wie heißt die Zahl?

94. [95. 96. 97.] Das 4 fache [11 fache, $1\frac{1}{2}$ fache, a fache] und das 5 fache [14 fache, $1\frac{2}{3}$ fache, b fache] einer Zahl zusammengenommen nebst 2 [4, 5, m] geben ebensoviel als das 10 fache [30 fache, $3\frac{1}{2}$ fache, c fache] derselben Zahl weniger 5 [1, 15, n]; wie heißt die Zahl?

98. [99. 100. 101.] Die Zahl 30 [51, 68, a] so in zwei Teile zu teilen, daß der eine Teil um 4 [7, 9, n] größer ist als der andere.

102. [103. 104. 105.] Die Zahl 81 [100, 34, a] so in drei Teile zu teilen, daß der erste um 12 [9, 4, m] größer ist als der zweite, und der zweite um 6 [2, 4, n] größer als der dritte.

106. [107. 108. 109.] Teile die Zahl 133 [1000, 400, n] so in drei Teile, daß der erste Teil um 4 [92, 19, a] größer

wird als der zweite, und dieser um 6 [26, 27, b] kleiner wird als der dritte.

110. [111. 112. 113. 114.] Die Zahl 165 [2000, 27, 43, s] so in fünf Teile zu teilen, daß jeder folgende um 4 [17, 1, $2\frac{1}{2}$, d] größer wird als der vorhergehende.

115. [116. 117. 118. 119.] Die Zahl 87 [215, 63, 75, a] so in zwei Teile zu teilen, daß der zweite Teil das Doppelte [Vierfache, Siebenfache, $1\frac{1}{2}$ fache, n fache] des ersten Teiles ist.

120. [121. 122. 123. 124.] Die Zahl 132 [576, 100, 170, a] so in drei Teile zu teilen, daß der zweite Teil das Doppelte [Dreifache, Vierfache, $2\frac{1}{3}$ fache, m fache] des ersten Teiles, und der dritte Teil das Dreifache [Fünffache, Vierfache, $3\frac{3}{4}$ fache, n fache] des ersten Teiles wird.

125. [126. 127. 128. 129.] Die Zahl 169 [180, 1000, 66, a] so in drei Teile zu teilen, daß der zweite Teil das Dreifache [5 fache, 4 fache, $\frac{1}{2}$ fache, r fache] des ersten, und der dritte Teil das Dreifache [6 fache, 10 fache, $\frac{2}{3}$ fache, s fache] des zweiten ist.

130. [131. 132. 133. 134.] Von den zwei Teilen der Zahl 28 [51, 37, 25, b] ist der zweite Teil um 1 [7, 3, 5, p] größer als der doppelte [3 fache, 4 fache, $\frac{2}{3}$ fache, n fache] erste Teil; welches sind die Teile?

135. [136. 137. 138.] Von den drei Teilen der Zahl 46 [187, 500, a] ist der zweite um 3 größer [um 1 kleiner, um 11 größer, um p kleiner] als der doppelte [3 fache, 4 fache, m fache] erste Teil, und der dritte Teil um 5 kleiner [um 1 größer, um 43 kleiner, um q größer] als der dreifache [7 fache, 5 fache, n fache] erste Teil; welches sind die Teile?

139. [140.] An einem Gymnasium sind 122 [200] Schüler; in der ersten Klasse sind um 4 [6] Schüler mehr als in der zweiten, in der zweiten um 3 [15] Schüler mehr als in der dritten, in der dritten und vierten Klasse sind gleichviel Schüler; wieviel Schüler sind in jeder Klasse?

141. [142.] Unter fünf Schüler ist ein Stipendium von 141 M [122 M] auf folgende Weise zu verteilen: der erste soll 3 M [8 M] mehr erhalten als der zweite, der zweite 3 M [7 M] mehr als der dritte, der dritte 6 M [6 M] mehr als der vierte, und der vierte 6 M [5 M] mehr als der fünfte.

143. [144.] Unter drei Geschäftsteilhaber ist ein Gewinn von 9310 M [457 M] so zu verteilen, daß der zweite und dritte jeder das Dreifache [Doppelte] des Anteiles des ersten erhalte.

145. [146. 147.] Zwei Bahnzüge fahren einander entgegen auf einer 126 km [594 km , 120 km] langen Strecke, der erste mit einer Geschwindigkeit von 28 km [25 km , 24 km], der zweite mit einer Geschwindigkeit von 35 km [30 km , 32 km] in der Stunde; wann und wo begegnen sie sich?

148. [149. 150.] Ein Postzug hat vor einem Eilzug einen Vorsprung von 50 km [42 km , 80 km]; der Eilzug fährt mit einer Geschwindigkeit von 40 km [36 km , 45 km], der Postzug mit einer Geschwindigkeit von 30 km [28 km , 30 km] in der Stunde; wann und wo holt der Eilzug den Postzug ein?

151. [152. 153.] Ein Eilzug hat die doppelte [$1\frac{1}{2}$ fache, n fache] Geschwindigkeit eines Güterzugs [Postzugs]; sie fahren einander entgegen auf einer 220 km [56 km , a km] langen Strecke und begegnen sich 3 Stunden [$\frac{4}{5}$ Stunden, s Stunden] nach Abgang des Eilzugs und 5 Stunden [$\frac{2}{3}$ Stunden, t Stunden] nach Abgang des Güterzugs [Postzugs]; welches sind die stündlichen Geschwindigkeiten dieser Züge, und wo begegnen sie sich?

154. [155. 156.] Ein Fußgänger hat vor einem Reiter einen Vorsprung von 16 km [2 km , a km] Weg und 2 Stunden [18 Minuten, n Stunden] Zeit; die Geschwindigkeit des Reiters ist die dreifache [2,4 fache, p fache] von der des Fußgängers; der Reiter holt den Fußgänger ein nach 3 Stunden [$\frac{1}{2}$ Stunde, m Stunden]. Welches ist die stündliche Geschwindigkeit von Reiter und Fußgänger, und wo die Einholstelle?

157. [158.] Ein Behälter faßt 3 cbm [50 hl]; in denselben münden drei Röhren; durch die erste Röhre fließen in der Minute 90 l zu [140 l zu], durch die zweite Röhre 130 l zu [85 l ab], durch die dritte Röhre 70 l ab [45 l ab]. Vor Oeffnung der Röhren waren 150 l [200 l] im Behälter. Nach welcher Zeit ist der Behälter gefüllt?

159. [160.] Jemand hat 175 M [1000 M] in einer gleichen Anzahl von Doppelkronen, Kronen und Halbkronen [Fünfundmarkstücken, Zweimarkstücken, Einmarkstücken]; wie viel hat er in jeder Sorte?

161. [162.] Eine Metallegierung besteht aus gleich viel Raumteilen Blei und Silber [Gold und Kupfer]; wieviel ist von jedem Stoff in der Mischung enthalten, wenn dieselbe 189 g [89,6 g] wiegt? (1 ccm Blei wiegt 11 g, 1 ccm Silber 10 g [1 ccm Gold 19 g, 1 ccm Kupfer 9 g]).

163. [164.] Eine Mischung besteht aus 3 mal [$2\frac{2}{3}$ mal] soviel Raumteilen Öl [Zinn] als Weingeist [Nickel] und wiegt 170 kg [8,315 kg]. Wieviel Liter [Kubikcentimeter] und wieviel Kilogramm [Gramm] von den einzelnen Stoffen ist in der Mischung? (Gewicht von 1 l Weingeist 700 g, von 1 l Öl 900 g [von 1 ccm Nickel 8,25 g, von 1 ccm Zinn 7,30 g]).

2) Das Auflösen der Klammern.

- 165.** $4x + (x - 97) = 5x - (x + 49)$.
- 166.** $(15x - 11) - (4x + 3) = (30 + 17x) + (-9x + 13)$.
- 167.** $(x + 2) + (2x - 12) - (3x - 27) = (2x - 1) - (x - 8) - (5x - 50)$.
- 168.** $2(x + 5) + 3x - 5(x + 2) = 0$.
- 169.** $7(x + 2) - 5(x - 10) = 7x - 1$.
- 170.** $2(4x - 1) - 3(5x + 4) - 5(x - 4) = 0$.
- 171.** $7(4 - 3x) - 3x = 7x - 11(3x - 2)$.
- 172.** $3(x + 7) - 9(x + 3) = 5(12 + x) + 6(x - 11)$.
- 173.** $8(2 - x) + 3(20 - 7x) - 13 = 7(11 - x) + 3(7x - 1) - 5(x + 3)$.
- 174.** $12x - [5 + (5x - 13)] - 19 + [9x - (7x + 8)] = 0$.
- 175.** $[20x - (8x - 19)] - [3 - (10 + 3x)] = -[1 + (3 + 9x)] + [-2x - (5 - 19x)]$.
- 176.** $5 \cdot [3(x + 4) - 1] + 3(x + 1) = 26x - [5 - 4 \cdot (x - 3)] + 3$.
- 177.** $[(3x + 4) \cdot 5 - (7x - 3) \cdot 4] \cdot 3 + 1 = 100$.
- 178.** $[(7 + 2x) \cdot 9 - (5 + 4x) \cdot 2] \cdot 4 + 211 = 1 - [(17 + 4x) \cdot 5 - 13(5 - 2x)] \cdot (-7)$.
- 179.** $[(7x - 55) \cdot 4 - 24] \cdot 3 - 8 = 100$.
- 180.** $50 - [15 - (20 + 9x) \cdot 4] \cdot 7 = 1$.
- 181.** $\{[(2x + 1) \cdot 3 - 5] \cdot 2 - 75\} \cdot 4 - 19 = 1$.
- 182.** $100 - \{60 - [15 - (11 - 2x) \cdot 2] \cdot 3\} \cdot 3 = 1$.
- 183.** $13x - (4x + 10a) = 7a - (3a - 8x)$.
- 184.** $4x + (50a - 27b) - (13a + 4b) = 20x - (x - 9a) - (x - 5b)$.
- 185.** $px(qr + 1) - (qx + pr) = q(p^2qr - x) + p(x - r)$.

186. $5ax - 3(bx + 3c) = 4(ax - 2c - bx)$.
187. $9gx - [7g + 4h(x - 3g - 1)] = -[h + 5g - (4g - 3x)3h] + 7gx$.
188. $[(8x - 3) - 7]p + 7(p - q) - 5q(x + 7p) = p - 3 \cdot [(12p + 5)q - px] + q(p + 5x)$.
189. $9a(x - a) - 4 \cdot [(2a + b)x - (b^2 - 2a^2)] + 5b(x + b) = 0$.
190. $[4r(x - r - s) - 3x(r - s)] \cdot 3 + 2x(r - 7s) = 13r^2 - 7s(10x - 7s) + 58s(r + x)$.
191. $\frac{1}{2}x + (10 - \frac{1}{9}x) = 20 - (\frac{1}{6}x + 1)$.
192. $(\frac{1}{2}x + 1) - (7 + \frac{1}{8}x) = (\frac{3}{4}x - 13) - \frac{1}{5}x$.
193. $2 \cdot (\frac{1}{3}x - 3) + 3 - 5 \cdot (\frac{1}{6}x - 1) + 2 = 0$.
194. $7 - 2 \cdot (\frac{1}{2}x - 7) = 5 + 2 \cdot (\frac{1}{4}x - 2)$.
195. $\frac{1}{3}(2x + 7) - \frac{1}{4}(3x + 2) = 6 - \frac{1}{5} \cdot (3x - 5)$.
196. $\frac{1}{3} \cdot (2x + 15) - \frac{1}{4}(x + 8) - \frac{1}{4} \cdot (3x - 8) - \frac{1}{3} \cdot (x - 9) = 0$.
197. $\frac{1}{2} \cdot (\frac{2}{3}x + 10) - 3 = 5 + \frac{1}{4}(\frac{1}{3}x + 3)$.
198. $\frac{1}{4} \cdot (1\frac{2}{3}x + 4) - \frac{1}{5}(1\frac{1}{2}x + 9) = \frac{1}{5} \cdot (2\frac{1}{2}x + 5) - \frac{1}{3} \cdot (1\frac{1}{6}x + 5)$.
199. $3x(x + 1) + 5 = 5x - 3 \cdot (1 - x^2)$.
200. $ax(x + b) + c = ax(x + d) - e$.
201. $(x + 2)(x - 3) = (x + 5)(x - 4)$.
202. $(2x - 3)(6x - 7) - 21 = 140 - (3 + 4x)(15 - 3x)$.
203. $(x - 3)(2x - 13) + (x - 1)(3x - 19) = (5x - 13)(x - 6)$.
204. $(x - 7)^2 + 1 = (x - 5)^2 - 15$.
205. $(2x + 3)^2 - 7 = -31 + (2x + 5)^2$.
206. $(5 - x)^2 - (2x - 7)(2x + 7) = (x - 11)(11 + x) - (3 - 2x)^2 + 182$.
207. $(x + a)(x - b) = (x - c)(x + d)$.
208. $(5x - 3r)(4x - 5r) = (10x - r)(2x - 7r)$.
209. $(x + 2a)^2 + (x - 3a)^2 = (x - 5a)(2x - a)$.
210. $(mx + 3)(nx - 4) = [m(nx + 1) - n]x - 12$.
211. $(3x + a - 2b)^2 + (4x - 3a - b)^2 = (5x - a + b)^2$.
212. $(cx + 1)^2 - (cx - 1)^2 = 4c$.
213. $(x + a + b)^2 = (a + b)^2 + (x - a - b)^2$.
214. $(x + 3s)^2 + (x - 5r)^2 = 2x^2 - (5r - 3s)^2 + 30rs$.

215. [216. 217. 218. 219.] Die Zahl 43 [75, 100, 37, a] so in zwei Teile zu teilen, daß der zweite Teil das

Doppelte [Dreifache, Fünffache, $1\frac{1}{2}$ fache, n fache] des um 4 [11, 7, 2, b] verminderten ersten Teiles ist.

220. [221. 222. 223. 224.] Die Zahl 123 [254, 10000, 130, a] so in drei Teile zu teilen, daß der zweite Teil das Doppelte [Dreifache, 10 fache, $1\frac{1}{4}$ fache, n fache] und der dritte Teil das Dreifache [Vierfache, 9 fache, $1\frac{1}{3}$ fache, m fache] des um 3 [6, 47, 1, f] verminderten ersten Teiles ist.

225. [226. 227. 228. 229.] Die Zahl 53 [377, 314, 45, n] so in drei Teile zu teilen, daß der zweite Teil das Doppelte [5 fache, 4 fache, $\frac{2}{3}$ fache, p fache] des um 4 verminderten [um 3 vermehrten, um 16 verminderten, um 3 verminderten, um a vermehrten] ersten Teiles ist, und daß der dritte Teil das Doppelte [4 fache, 3 fache, $\frac{3}{4}$ fache, q fache] des um 7 [2, 31, 5, b] verminderten ersten Teiles ist.

230. [231.] Vier Zahlen geben zusammen 92 [155]; die zweite Zahl ist das 3 fache [5 fache] der um 4 [7] verminderten ersten Zahl, die dritte Zahl ist gleich dem 5 fachen [4 fachen] der ersten Zahl weniger dem Doppelten [Einfachen] der zweiten Zahl; die vierte Zahl ist gleich dem 10 fachen [10 fachen] der ersten Zahl vermindert um das 3 fache [2 fache] der zweiten Zahl. Welches sind die vier Zahlen?

232. [233.] Fünf Zahlen geben zusammen 188 [300]. Die erste Zahl ist um 40 [44] kleiner als das 2 fache [3 fache] der zweiten Zahl; die zweite Zahl ist um 7 [3] größer als das 3 fache [5 fache] der dritten Zahl; die vierte Zahl ist um 5 [9] kleiner als das 2 fache [4 fache] der dritten Zahl; die fünfte Zahl ist um 12 [35] größer als das 4 fache [3 fache] der vierten Zahl. Welches sind die Zahlen?

234. [235.] Fünf Zahlen geben zusammen 352 [532]. Das Doppelte der zweiten nebst 4 [weniger 1] gibt die erste; das Doppelte der dritten nebst 3 [weniger 2] gibt die zweite; das Doppelte der vierten nebst 2 [weniger 3] gibt die dritte; das Doppelte der fünften nebst 1 [weniger 4] gibt die vierte. Welches sind die Zahlen?

236. [237. 238. 239.] Zwei Freunde reisen einander entgegen auf einer 108 *km* [106 *km*, 77,5 *km*, a *km*] langen Strecke; *A* macht stündlich 15 *km* [7 *km*, $10\frac{1}{2}$ *km*, p *km*], *B* macht stündlich 16 *km* [5 *km*, $8\frac{1}{3}$ *km*, q *km*]; *B* geht eine Stunde später [2 Stunden früher, 2 Stunden später, n Stunden später] ab als *A*. Wann und wo begegnen sich die Freunde?

240. [241. 242.] Von einem Orte geht um 5 Uhr morgens [7 Uhr abends, $1^h 20^m$ mittags] ein Zug ab mit einer Geschwindigkeit von 36 km [24 km , 30 km] in der Stunde; um 6 Uhr morgens [10 Uhr abends, $2^h 2^m$ mittags] geht in derselben Richtung ein zweiter Zug ab mit einer Geschwindigkeit von 42 km [33 km , 35 km] in der Stunde. Wann und wo holt der zweite Zug den ersten ein?

243. [244. 245.] Vom Orte A geht über B ein Eilzug mit 40 km [36 km , 44 km] stündlicher Geschwindigkeit; 2 Stunden [3 Stunden, 6 Minuten] früher ging in B nach derselben Richtung ein Postzug ab mit 27 km [28 km , 35 km] stündlicher Geschwindigkeit. Wann und wo holt der Eilzug den Postzug ein, wenn die Entfernung der Orte A und B 37 km [64 km , 19 km] beträgt?

246. [247.] Ein Radfahrer gibt einem Reiter einen Vorsprung von 410 m [2 km] Strecke und einer Minute [5 Minuten] Zeit. Wann und wo holt der Radfahrer den Reiter ein? Geschwindigkeit des Radfahrers 8 m [5 m], des Reiters 6 m [3 m].

248. [249. 250.] Ein Landgut besteht aus Äcker, Wiesen und Wald zusammen 436 ha [457 ha , 135 ha]. Wären es nur 4 ha [7 ha , 1 ha] weniger Äcker, so wären es gerade dreimal [dreimal, $1\frac{1}{2}$ mal] soviel Wiesen und gerade fünfmal [fünfmal, $4\frac{1}{5}$ mal] soviel Wald. Wieviel, Äcker, Wiesen, Wald?

251. [252. 253.] Drei Personen haben zusammen 200 M [200 M , 97 M]. Würde man dem A 13 M [6 M , 5 M] nehmen, so hätte B grade doppelt [doppelt, $\frac{7}{9}$ mal] soviel als A ; würde man ferner dem B 28 M [10 M , 6 M] nehmen, so hätte C um 5 M mehr [um 1 M weniger, um 7 M mehr] als das Doppelte [3 fache, $\frac{3}{4}$ fache] des B . Wieviel hatte jede Person?

254. [255.] In einem Wasserbehälter befinden sich $3,2 \text{ cbm}$ [3 l] Wasser. In denselben münden drei Zufluß- und zwei Abflußröhren. Die erste Zuflußröhre liefert in der Minute 100 l [$10,5 \text{ l}$], die zweite 90 l [$12,5 \text{ l}$], die dritte 85 l [$13,2 \text{ l}$]; durch die erste Abflußröhre fließen in der Minute ab 80 l [$16,6 \text{ l}$], durch die zweite 75 l [$7,25 \text{ l}$]. Die erste Röhre wird geöffnet um 7 Uhr [3 Uhr] morgens, jede folgende Röhre 5 Minuten [10 Minuten] später. Um wieviel Uhr wird der Wasserstand im Behälter 10 cbm [1 cbm] betragen?

256. [257.] Eine Summe von 294 *M* [480 *fl*] soll unter zwei Gruppen von Personen so verteilt werden, daß jede Person der zweiten Gruppe um 2 *M* mehr [um 1,10 *fl* weniger] erhält als eine Person der ersten Gruppe. Die erste Gruppe umfaßt 27 [26] Personen, die zweite 31 [24] Personen. Wie viel erhält jede Person?

258. [259.] Unter 28 [19] Männer, 22 [24] Frauen, und 17 [28] Kinder sollen 441 *M* [502 *fr*] so verteilt werden, daß jeder Mann doppelt [viermal] soviel erhält als eine Frau, jede Frau aber um 2 *M* [1,50 *fr*] mehr als ein Kind?

260. [261.] Mit einem Vergnügungszuge reisen von *A* bis *B* eine Anzahl Personen. In der zweiten Klasse reisen sechsmal [fünfmal] soviel Personen als in der ersten Klasse, und in der dritten Klasse um 10 [25] Personen mehr als das Doppelte [Dreifache] der Zahl der Reisenden in der zweiten Klasse. Die Fahrpreise sind I. Klasse 16 *M* [36 *M*], II. Klasse 10 *M* [24 *M*], III. Klasse 6 *M* [16 *M*]. Die Gesamteinnahme des Zuges betrug 1540 *M* [6340 *M*]. Wieviel Personen fahren in jeder Klasse?

3) Das Wegschaffen der Brüche.

$$262. \frac{1}{2}x + x = 18. \quad 263. x - \frac{3}{4}x = 5.$$

$$264. \frac{7}{10}x + 6 = x. \quad 265. 2x - \frac{3}{10}x = x + 7.$$

$$266. 5x - 1\frac{3}{4}x = 3x + 5. \quad 267. \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = 15.$$

$$268. \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x = 5. \quad 269. \frac{3}{5}x - 5 = \frac{1}{2}x.$$

$$270. \frac{2x}{3} + \frac{3x}{4} = x + 10. \quad 271. \frac{4x}{9} - \frac{5x}{12} = \frac{x}{18} - 1.$$

$$272. \frac{7x}{10} - 4 = \frac{13x}{25} + 4. \quad 273. 17 - \frac{2x}{5} - 46 + \frac{9x}{8} = 0.$$

$$274. \frac{3}{5}x - \frac{2}{9}x = \frac{4}{9} + \frac{1}{15}x. \quad 275. 1\frac{4}{9}x + 30 + 315 + 2\frac{7}{18}x = 0.$$

$$276. \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{16}x = x - 3.$$

$$277. \frac{x}{12} - \frac{7x}{10} + \frac{4x}{5} + 40 = \frac{22x}{15} - \frac{11x}{20} - \frac{x}{30} - 180.$$

$$278. x - \left(\frac{x}{6} + \frac{x}{10} + \frac{x}{15} \right) = \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} \right) - 77.$$

$$279. 120 - \left(\frac{4x}{9} - \frac{8x}{25} \right) = 4 - \left(\frac{13x}{75} - \frac{8x}{45} \right).$$

$$280. \left(\frac{5x}{8} - \frac{1}{5} \right) - \left(\frac{x}{5} - \frac{1}{8} \right) = \frac{3}{8}x - \left(\frac{3}{10}x - \frac{1}{10} \right).$$

$$281. 0,3x + 4 = 0,8x - 1.$$

$$282. 0,17x + 23 = 1,9x - 63,5.$$

$$283. 0,1x + 0,4x + 0,75x = x + 5.$$

$$284. 1,5x + 2,75x - 0,625x = 3,62x + 0,005.$$

$$285. (0,4x + 0,02) - (0,03x + 0,1) = 0,3x - [(0,14x + 0,2) + 0,02].$$

$$286. 0,1 - [0,18x - (0,5x - 0,06)] = 0,1x - [0,01 + (0,23x + 0,16)].$$

$$287. 14 - \frac{4}{x} = 5 + \frac{23}{x}. \quad 288. \frac{9}{x} + 4 = \frac{3}{x} + 1.$$

$$289. \frac{3}{2} + \frac{5}{2x} - \frac{50}{x} + 1 = 0. \quad 290. \frac{1}{2} - \frac{2}{5x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{3x}.$$

$$291. \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{4x} \right) - \left(\frac{2}{5x} - \frac{1}{20} \right) = -\frac{1}{10x} - \left(\frac{1}{4x} + \frac{3}{5} \right).$$

$$292. \frac{3}{2x} - \frac{3}{4x} + \frac{7}{25x} + 7 - \frac{9}{20x} + \frac{1}{2x} - \frac{6}{5x} + 5 = 0.$$

$$293. \left(\frac{7}{3x} - \frac{17}{4x} \right) - \frac{13}{5x} - \left(\frac{7}{12} - \frac{17}{6x} \right) = \frac{1}{12x} - \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4x} \right).$$

$$294. \frac{x-8}{2} + \frac{x-8}{3} = \frac{x-4}{6}. \quad 295. \frac{x-7}{5} - \frac{x-8}{10} = \frac{x-6}{2}.$$

$$296. \frac{1}{4}(2+x) - \frac{1}{10}(6+x) - 1,3 + \frac{1}{4}(4+x) = 0.$$

$$297. \frac{2x}{15} - \frac{x-2}{6} = \frac{2x-13}{2} - \frac{3x-19}{5}.$$

$$298. \frac{x}{24} + \frac{x+2}{20} + \frac{x-1}{8} = 1 - \frac{2x-1}{40} - \frac{1}{12}.$$

$$299. \frac{2}{15}(12+x) - \frac{1}{12}(10+x) = \frac{1}{30}(x+17) - \frac{9}{20}(7+x) - \frac{1}{30}.$$

$$300. \frac{4}{15}(3x+1) + \frac{5}{21}(3x-2) - \frac{3}{35}(5x+1) = 1 + \frac{4}{105}(10x+3).$$

$$301. \frac{7}{60}(2x+1) - \frac{4}{45}(x+3) = \frac{9}{40}(x+1) - \frac{1}{36}(3x-14).$$

$$302. \frac{5}{x-3} - \frac{2}{x-3} = \frac{3}{7}.$$

$$303. \frac{7}{x+4} + \frac{5}{x+4} = 1 + \frac{2}{x+4}.$$

$$304. \frac{11}{2(x+1)} - \frac{13}{3(x+1)} = \frac{1}{6(x+1)} + \frac{1}{6}.$$

$$305. \frac{5x+1}{4(7x-2)} - \frac{8x-3}{6(7x-2)} = 1 + \frac{13x}{3(2-7x)}.$$

$$306. \frac{x+4}{12x+18} - \frac{2x-1}{20x+30} - \frac{3x-5}{30x+45} + \frac{x+1}{6x+9} - \frac{1}{6} = 0.$$

$$307. \frac{2x-1}{60x-40} - \frac{x-1}{45x-30} + \frac{2x+1}{24-36x} + \frac{3-2x}{16-24x} \\ = \frac{1}{40} - \frac{1}{18x-12} - \frac{1}{180x-120}.$$

$$308. \frac{4}{5} \left(\frac{2}{3}x + 9 \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{3}{4}x - 2 \right) = 18.$$

$$309. \frac{3}{4} \left(\frac{5}{6}x - 2 \right) - 6\frac{1}{5} \left(45 - \frac{2}{3}x \right) - 5 = 0.$$

$$310. \frac{\frac{4}{5}x - 5}{3} + \frac{\frac{1}{2}x + 2}{7} - 2 = 0.$$

$$311. \frac{\frac{1}{3}x + 8}{6} = \frac{1\frac{1}{2}x + 6}{8} - 1.$$

$$312. \frac{\frac{5}{1} + \frac{4}{1}}{\frac{1}{9}x + \frac{1}{4}x} = 1\frac{2}{3} + \frac{1}{x}. \quad 313. \frac{7}{\frac{1}{2}x} - \frac{5}{\frac{3}{5}x} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1\frac{1}{2}x}.$$

$$314. \frac{5}{\frac{1}{3}x + 1} + \frac{7}{\frac{1}{3}x + 1} = 4.$$

$$315. \frac{7}{1\frac{1}{2}x - 2} - \frac{4}{2\frac{1}{4}x - 3} = \frac{13}{30}.$$

$$316. \frac{\frac{1}{2}x + 2}{1\frac{1}{5}x - 4} + \frac{\frac{2}{5}x + 1}{6 - 1\frac{4}{5}x} + \frac{x-1}{3x-10} = \frac{17}{25}.$$

$$317. \frac{1\frac{1}{6}x + \frac{1}{2}}{x + \frac{2}{3}} - \frac{1\frac{1}{3}x - \frac{1}{12}}{\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}} + \frac{\frac{3}{5}x + \frac{7}{30}}{\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}} - 1 = 0.$$

$$318. \frac{5}{x+1} - \frac{3}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}.$$

$$319. \frac{7}{3x+2} + \frac{2}{3x-2} = \frac{17}{9x^2-4}.$$

$$320. \frac{17}{2x-2} - \frac{15}{2x+2} = \frac{23}{x^2-1}.$$

$$321. \frac{11}{6x+18} - \frac{7}{4x+12} = \frac{33}{2x^2-18}.$$

$$322. \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = a + b. \quad 323. \frac{x}{9m} - \frac{x}{4n} = 9m - 4n.$$

$$324. \frac{x}{a} + \frac{x}{b} + \frac{x}{c} = 1. \quad 325. \frac{x}{ab} - \frac{x}{ac} + \frac{x}{bc} = 1.$$

$$326. \frac{x}{2p} - \frac{x}{3q} - \frac{x}{5r} = 150qr - 100pr - 60pq.$$

$$327. \frac{2x}{3a} + \frac{3x}{4b} = 2.$$

$$328. \frac{7x}{15bc} + \frac{5x}{21ac} + \frac{3x}{35ab} = 49a + 25b + 9c.$$

$$329. \frac{3x}{10p} - \frac{7x}{15q} = 1. \quad 330. \frac{x}{4a^2} - \frac{x}{6ab} + \frac{x}{9b^2} = 4a^2 - 6ab + 9b^2.$$

$$331. \frac{x}{6a} - \frac{x}{10b} + \frac{x}{15c} = 1.$$

$$332. \frac{x-3a}{8a} + \frac{2x+3a}{5a} = \frac{3x+7a}{10a} + 2.$$

$$333. \frac{x+3mn}{10m} - \frac{3x-6mn}{15n} = 2n - 3m.$$

$$334. \frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} = 2. \quad 335. \frac{x+4b}{10a} - \frac{x-5a}{12b} = \frac{1}{6}.$$

$$336. \frac{x+b+c}{5a} - \frac{x-a+c}{6b} + \frac{x-a+b}{10c} = \frac{4}{15}.$$

$$337. \frac{2x-a+b}{3ab} + \frac{5x-a+b}{4ab} = \frac{14}{a} + \frac{9}{b}.$$

$$338. \frac{x}{14a+14b} + \frac{x}{21a+21b} = \frac{5}{42}.$$

$$339. \frac{8x}{27r+9} - \frac{5x}{36r+12} = \frac{17}{36}.$$

$$340. \frac{17x}{80p-60q} + \frac{2x}{45q-60p} - \frac{1}{6} = \frac{5x}{48p-36q} + \frac{2}{15}.$$

$$341. \frac{1}{x} + a = b. \quad 342. \frac{5}{x} + m = \frac{3}{x} - n.$$

$$343. \frac{a}{x} + \frac{b}{x} = a + b. \quad 344. \frac{a}{20x} - \frac{b}{30x} = ab.$$

$$345. \frac{a}{x} + \frac{b}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \quad 346. \frac{1}{ax} + \frac{1}{bx} = a + b.$$

$$347. \frac{a}{x} + \frac{b}{x} - \frac{c}{x} = \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} - \frac{1}{ab}.$$

$$348. \frac{7a}{x+a} + \frac{3a}{2x+2a} = 2 + \frac{a}{3x+3a}.$$

$$349. \frac{9m}{10x-30m} + \frac{7m}{45m-15x} = \frac{1}{12} - \frac{m}{30m-10x}.$$

$$350. \frac{1}{m} \left(\frac{x}{a} + b \right) - \frac{1}{n} \left(\frac{x}{c} - d \right) = 0.$$

$$351. \frac{1}{b} \left(\frac{3x}{a} - 2b \right) - \frac{1}{a} \left(\frac{5x}{b} - 4a \right) = 0.$$

$$352. \frac{\frac{3}{5}x+a}{4a} - \frac{\frac{1}{5}x+2a}{6a} = \frac{1}{2}. \quad 353. \frac{\frac{x}{2a}+b}{5b} + \frac{\frac{3x}{4b}+a}{7a} = 2.$$

$$354. \frac{1\frac{2}{3}b}{\frac{1}{3}x-a} + \frac{b}{\frac{1}{3}x-a} = 4.$$

$$355. \frac{\frac{1}{20}x + \frac{1}{15}a + \frac{1}{4}b}{\frac{1}{15}x + \frac{1}{3}b} - \frac{\frac{5}{12}x - \frac{1}{3}a + 2\frac{1}{12}b}{\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}b} = \frac{1}{3}.$$

$$356. \frac{\frac{1}{6}x + \frac{1}{15}a - \frac{1}{2}b + \frac{5}{6}c}{\frac{1}{5}x - \frac{3}{5}b + c} + \frac{x + \frac{2}{9}a - 3b + 5c}{5b - 8\frac{1}{3}c - 1\frac{2}{3}x} + \frac{0,25x - 0,1a - 0,75b + 1,25c}{0,3x - 0,9b + 1,5c} = 1.$$

$$357. \frac{6a}{x+a} + \frac{a}{x-a} = \frac{9a^2}{x^2-a^2}.$$

$$358. \frac{10c}{2x-c} - \frac{7c}{2x+c} = \frac{35c^2}{4x^2-c^2}.$$

$$359. \frac{a}{mx+m} - \frac{b}{nx-n} = \frac{c}{x^2-1}.$$

$$360. \frac{3q}{8px+12ap} - \frac{5p}{12qx-18aq} = \frac{1}{48x^2-108a^2}.$$

$$361. \frac{1}{x^2-ax-bx+ab} + \frac{1}{x^2-ax-cx+ac} \\ = \frac{1}{x^2-bx-cx+bc} = 0.$$

$$362. \frac{x-7}{x-4} = \frac{x+1}{x+7}. \quad 363. \frac{4x-1}{2x+10} = \frac{6x+3}{3x+19}.$$

$$364. \frac{x+9}{x+5} - \frac{x-1}{x-5} = \frac{3x^2-19x-58}{x^2-25} - 3.$$

$$365. \frac{5x+4}{8x+12} - \frac{7x-33}{12x-18} = \frac{7}{12} - \frac{13(x^2-9)-34x}{24x^2-54}.$$

$$366. \frac{2}{225} - \frac{4x-5}{180x-495} = \frac{x-3}{16x^2-88x+121} - \frac{4x-1}{300x-825}.$$

$$367. \frac{1}{x+2} - \frac{2}{x+3} + \frac{1}{x+5} = 0.$$

$$368. \frac{1}{x-a} - \frac{2}{x-b} + \frac{1}{x-c} = 0.$$

$$369. \frac{3}{3+x} - \frac{8}{4+x} + \frac{5}{5+x} = 0.$$

$$370. \frac{m}{a+x} - \frac{m+n}{b+x} + \frac{n}{c+x} = 0.$$

$$371. \frac{1}{x+10} - \frac{2}{x+12} + \frac{1}{x+15} = 0.$$

$$372. \frac{a+7}{x-p} - \frac{2a}{x-q} + \frac{a-7}{x-r} = 0.$$

$$373. \frac{5}{x-3} - \frac{7}{x-5} + \frac{1}{x-8} = \frac{2}{3-x} - \frac{3}{5-x} + \frac{2}{8-x}.$$

$$374. \frac{2a}{x-p} - \frac{b}{x-q} + \frac{2b}{x-r} = \frac{b}{x-p} + \frac{a}{x-q} + \frac{a}{x-r}.$$

$$375. \frac{5}{2x+6} - \frac{29}{6x+30} + \frac{7}{3x+21} = 0.$$

$$376. \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{8x-2}{(x^2-1)^2} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}.$$

$$377. \frac{x+5}{x-5} + \frac{x-5}{x+5} = \frac{2x^2+5x+5}{x^2-25}.$$

$$378. \frac{1}{9x^2-6x+1} - \frac{1}{3x+1} + \frac{1}{3x-1} \\ = \frac{1}{9x^2-1} + \frac{6}{9x^2+6x+1} - \frac{36x^2-25x-11}{81x^4-18x^2+1}.$$

$$379. \frac{x+a}{x-a} - \frac{x-a}{x+a} = \frac{8a^2}{x^2-a^2}.$$

$$380. \frac{x-4a}{2x-6a} - \frac{x+5a}{3x+9a} = \frac{x^2+a^2}{6x^2-54a^2}.$$

$$381. \frac{x+r}{x-s} = \frac{x-p}{x+q}. \quad 382. \frac{ax+b}{ax-b} = \frac{mx-n}{mx+n}.$$

$$383. \frac{2x-8a-5b}{x-4a} - \frac{3x-8a-15b}{x-5b} = \frac{(4a+5b)^2-x^2}{x^2-4ax-5bx+20ab}.$$

384. [385. 386.] Die Hälfte [das Drittel, der m^{te} Teil] und das Drittel [das Fünftel, der n^{te} Teil] einer Zahl betragen zusammen 10 [32, a]; wie heißt die Zahl?

387. [388. 389.] Die Hälfte [das Zehntel, der r^{te} Teil] einer Zahl übertrifft das Fünftel [das Zwölftel, den s^{ten} Teil] derselben Zahl um 30 [5, d]; wie heißt die Zahl?

390. [391. 392.] Die Hälfte [die Hälfte, der a^{te} Teil] das Drittel [das Viertel, der b^{te} Teil], das Viertel [das Achtel, der c^{te} Teil] und das Fünftel [das Sechzehntel, der d^{te} Teil] einer Zahl sind zusammen um 34 größer [um 7 kleiner, um m größer] als die Zahl; wie heißt dieselbe?

393. [394. 395.] Der Unterschied zwischen der Hälfte [dem Viertel, dem m^{ten} Teil] und dem Drittel [dem Fünftel, dem n^{ten} Teil] einer Zahl ist um 11 [28, a] größer als der Unterschied zwischen dem Achtel [dem Neuntel, dem r^{ten} Teil] und dem Neuntel [dem Zehntel, dem s^{ten} Teil] derselben Zahl; wie heißt die Zahl?

396. [397. 398.] Von einer gewissen Summe erhielt A die Hälfte $\left[3 \text{ Zehntel, } \frac{n}{m}\right]$, B ein Drittel $\left[2 \text{ Fünftel, } \frac{n}{m}\right]$.

$\frac{r}{s}$]; hiebei blieben $8 M$ [24 fl, a fr] übrig; wie groß war die Summe?

399. [400. 401.] Von einer gewissen Summe erhielt A um $3 M$ weniger [um $15 M$ mehr, um $a M$ mehr] als das Drittel [das Drittel, den m^{ten} Teil], B um $7 M$ weniger [um $35 M$ mehr, um $b M$ weniger] als die Hälfte [das Viertel, den n^{ten} Teil]; C dagegen erhielt $40 M$ [140 M , $c M$]; welches war die Summe?

402. [403.] In der ersten Klasse einer Schule sind um 7 [9] Schüler mehr als das Drittel [Viertel] der Gesamtschülerzahl; in der zweiten Klasse sind um 8 [7] Schüler mehr als das Viertel [Fünftel]; in der dritten Klasse um 1 Schüler weniger [um 11 Schüler mehr] als das Fünftel [das Sechstel]; in der vierten Klasse sind um 10 Schüler weniger [um 14 Schüler mehr] als in der dritten Klasse. Wie viel Schüler sind an der Anstalt?

404. [405.] Ein Wald besteht zu $\frac{7}{15}$ [0,45] aus Buchenwald, $\frac{5}{12}$ [0,52] aus Fichtenwald; der Rest von 42 ha [21 ha] ist unbebaut. Wie groß ist der Wald?

406. [407.] Jemand verlor bei einem Geschäfte 15% [33 $\frac{1}{3}$ %] seines Vermögens, gewann dagegen bei einem andern 20% [37 $\frac{1}{2}$ %], so daß er im ganzen 2000 M [3700 M] gewann. Wie groß war sein Vermögen?

408. [409.] In einer Stadt sind 65% [66 $\frac{2}{3}$ %] der Bevölkerung katholischer Konfession, 28% [27 $\frac{7}{9}$ %] Protestanten, 4% [3 $\frac{1}{3}$ %] Juden; außerdem gehören 2100 [4000] Einwohner verschiedenen Glaubensbekenntnissen an. Wieviel Einwohner hat die Stadt?

410. [411. 412. 413.] Die Zahl 27 [65, 192, a] so in zwei Teile zu teilen, dass der zweite Teil die Hälfte $\left[2 \text{ Drittel, } 7 \text{ Fünftel, } \frac{m}{n}\right]$ des ersten ist.

414. [415. 416. 417.] Die Zahl 77 [43, 583, a] so in drei Teile zu teilen, daß der zweite Teil die Hälfte $\left[4 \text{ Fünftel, } 5 \text{ Drittel, } \frac{m}{n}\right]$ des ersten Teiles ist, und ebenso der dritte Teil das Drittel $\left[7 \text{ Zehntel, } 7 \text{ Viertel, } \frac{r}{s}\right]$ des ersten Teiles wird.

418. [419. 420. 421.] Die Zahl 156 [1189, 348, a] so in drei Teile zu teilen, daß der zweite Teil 2 Drittel $\left[4 \text{ Neuntel, } 7 \text{ Fünftel, } \frac{m}{n}\right]$ des ersten und der dritte Teil 3 Viertel $\left[3 \text{ Achtel, } 9 \text{ Halbe, } \frac{r}{s}\right]$ des zweiten Teils wird.

422. [423. 424.] Die Zahl 100 [170, m] so in zwei Teile zu teilen, daß der zweite Teil um 10 [14, n] mehr ist als 2 Drittel $\left[7 \text{ Fünftel, } \frac{p}{q}\right]$ des ersten.

425. [426. 427.] Die Zahl 150 [359, a] so in drei Teile zu teilen, daß der zweite Teil um 9 [1, b] weniger ist als 4 Drittel $\left[13 \text{ Zwölftel, } \frac{m}{n}\right]$ des ersten, und der dritte Teil um 7 [2, c] mehr als 5 Sechstel $\left[9 \text{ Zehntel, } \frac{r}{s}\right]$ des ersten.

428. [429. 430.] Die Zahl 130 [215, a] so in drei Teile zu teilen, daß der erste Teil um 3 [9, b] größer ist als 7 Achtel $\left[13 \text{ Zehntel, } \frac{m}{n}\right]$ des zweiten, und der zweite Teil um 1 [7, c] größer ist als 3 Viertel $\left[7 \text{ Fünftel, } \frac{r}{s}\right]$ des dritten Teils.

431. [432.] Unter vier Personen werden 120 M [200 fl] verteilt: B erhält um 5 M [1 fl] mehr als 3 Viertel [7 Zwölftel] des Anteiles des A ; C erhält um 1 M [5 fl] mehr als 3 Viertel [4 Fünftel] des Anteiles des B ; D erhält um 7 M mehr [um 9 fl weniger] als 4 Fünftel [2 Drittel] des Anteiles des C .

433. [434.] Von A bis B beträgt die Fahrtaxe erster Klasse 7 Viertel $[150\%]$ der Fahrtaxe zweiter Klasse und die Fahrtaxe zweiter Klasse 5 Drittel $[150\%]$ der Fahrtaxe dritter Klasse. In der ersten Klasse fahren 12 [20], in der zweiten 80 [40], in der dritten 225 [100] Personen. Das Erträgnis des Zuges betrug 4720 M [12300 fl]. Welches waren die Fahrtaxen?

435. [436.] Ein Landgut besteht aus 2 ha [6 ha] Gärten, 15 ha [40 ha] Felder, 50 ha [50 ha] Wiesen und 120 ha [40 ha] Wald. Das Hektar Wald kostet ein Viertel

[5 Neuntel] des Preises von einem Hektar Wiesen; das Hektar Wiesen kostet 2 Fünftel [die Hälfte] des Preises von einem Hektar Feld; das Hektar Feld kostet 2 Drittel [3 Fünftel] des Preises von einem Hektar Garten. Das ganze Gut kostete 100000 M [62000 M]. Was kostete das Hektar Garten, Wiesen, Felder, Wald?

437. [438.] Eine Metallegierung besteht aus Gold, Kupfer und Silber [Zinn, Nickel und Blei] und wiegt 870 g [756,45 g]. Es sind in derselben 5 [1,25] mal soviel Raumteile Gold als Silber [Zinn als Nickel] und $2\frac{1}{2}$ [1,8] mal soviel Raumteile Kupfer als Silber [Blei als Nickel]. Wieviel von den einzelnen Metallen ist darin enthalten. (Gewicht von 1 ccm Gold 19 g , Kupfer 9 g , Silber 10 g [Zinn 7,29 g , Nickel 8,28 g , Blei 11,35 g]).

439. [440.] Zwei Freunde wohnen von einander 60 km [216 km] entfernt; wollten sie zu einander reisen, würde A 5 Viertel [4 Drittel] der Zeit brauchen, in welcher B den ganzen Weg zurücklegt. Sie reisen einander entgegen und sind, nachdem A 6 [15] Stunden und B 5 [12] Stunden gegangen ist, noch 11 km [30 km] von einander entfernt. In welcher Zeit hätten A und B den ganzen Weg zurückgelegt und welchen Weg machte jeder?

441. [442.] Ein Behälter von 900 cbm [6 cbm] wird durch eine Röhre in einer gewissen Zeit gefüllt, durch eine andere in drei Vierteln [vier Dritteln] der Zeit. Nachdem die erste Röhre 10 Stunden [45 Minuten], und die zweite 9 Stunden [50 Minuten] offen gewesen, sind 90 cbm [600 l] übergeflossen. In welcher Zeit wäre der Behälter durch jede Röhre einzeln gefüllt worden, und wieviel lieferte jede Röhre?

443. [444.] Eine Summe von 1440 M [1200 M] soll unter eine Anzahl Männer, Frauen und Kinder verteilt werden. Würden nur die Männer oder nur die Frauen oder nur die Kinder teilnehmen, so erhielte ein Mann das $1\frac{1}{3}$ fache [1,6 fache] des Anteils einer Frau, und eine Frau das 1,5 fache [$1\frac{2}{3}$ fache] des Anteils eines Kindes. Es erhielt nun jeder Mann 3 M [8 M], jede Frau 2 M [3 M] und jedes Kind 1 M [1 M] und es blieben hiebei 60 M [40 M] übrig. Welches waren die ursprünglichen Anteile je eines Mannes, einer Frau und eines Kindes, und wieviel Männer, Frauen und Kinder waren es?

445. [446. 447. 448.] Durch welche Zahl muß man 120 [200, 1000, a] dividieren, damit man als Quotient 7 [18, 37, q] und als Rest 1 [2, 1, r] erhalte?

449. [450. 451. 452.] Wenn man die Zahl 59 [104, 220, a] durch eine Zahl dividiert erhält man als Quotient 8 [9, 9, q] und als Rest den um 4 [6, 10, d] verminderten Divisor. Wie heißt der Divisor?

453. [454. 455. 456.] Wenn man die Zahl 200 [10, 11, a] nach einander durch eine Zahl, dann durch ihr 4 faches [2 faches, $\frac{2}{3}$ faches, m faches] dann durch ihr 5 faches [3 faches, $\frac{3}{4}$ faches, n faches] dividiert, so gibt die Summe der Quotienten 29 [$6\frac{1}{9}$, $3\frac{3}{7}$, s]. Wie heißt dieser Divisor?

457. [458. 459.] Wenn man vom Zähler des Bruches $\frac{4}{3} \left[\frac{11}{17}, \frac{a}{b} \right]$ eine Zahl subtrahiert und zum Nenner dieselbe Zahl addiert, kehrt sich der Bruch um; wie heißt diese Zahl?

460. [461. 462. 463.] Wenn man zum Nenner des Bruches $\frac{9}{10} \left[\frac{13}{25}, \frac{3}{4}, \frac{a}{b} \right]$ eine Zahl addiert und zum Zähler des Bruches das Doppelte [7 fache, 6 fache, n fache] derselben Zahl addiert, wird der Bruch gleich der Einheit. Wie heißt diese Zahl?

464. [465. 466.] Wenn man von 33 [56, a] das Quadrat einer Zahl subtrahiert, und diese Differenz durch die Zahl dividiert, erhält man ebensoviel, als wenn man dieselbe Zahl von 11 [7, b] subtrahiert. Wie heißt die Zahl?

467. [468. 469.] Wenn man eine Zahl um 3 [3, m] vermindert und um 3 [3, n] vermehrt und diese Zahlen durch die um 6 [2, p] verminderte Zahl, beziehungsweise durch die um 2 verminderte [um 7 vermehrte, um q vermehrte] Zahl dividiert, sind die Quotienten einander gleich. Wie heißt die ursprüngliche Zahl?

470. [471. 472.] Wenn man zum Zähler und Nenner des Bruches $\frac{3}{13} \left[\frac{7}{9}, \frac{a}{b} \right]$ eine gewisse Zahl addiert, erhält man dasselbe, als wenn man dieselbe Zahl zum Zähler und Nenner des Bruches $\frac{1}{9} \left[\frac{5}{6}, \frac{c}{d} \right]$ addiert.

Geometrische Aufgaben.

473. [474. 475. 476.] Die Fläche eines Rechtecks beträgt 96 *qm* [784 *ha*, 19 *qcm*, m *qm*], seine Länge beträgt 12 *m* [560 *m*, 76 *mm*, a *m*]; wie groß ist die Breite?

477. [478. 479. 480.] Die Fläche eines Dreiecks beträgt 60 qm [400 ha , 23 qcm , $f \text{ qm}$]; wie groß muß die Grundlinie sein, wenn die Höhe 15 m [800 m , $57,5 \text{ mm}$, $h \text{ m}$] ist?

481. [482. 483. 484.] Die untere Grundlinie eines Trapezes ist 7 m [24 km , 20 cm , $a \text{ m}$], die Fläche beträgt 18 qm [6300 ha , 380 qcm , $t \text{ qm}$]; wie groß muß die obere Grundlinie sein, wenn die Höhe 4 m [3 m , 20 cm , $h \text{ m}$] ist?

485. [486. 487.] Ein Rechteck, dessen Länge die Breite um 3 m [$0,5 \text{ m}$, $d \text{ m}$] übertrifft, ist um 18 qm [$0,75 \text{ qm}$, 9 qm] größer als das Quadrat über der Breite. Wie lang und breit ist das Rechteck?

488. [489. 490.] Die Länge eines Rechtecks ist um 5 m [$1,2 \text{ m}$, m] größer als die Breite. Wird die Länge um 1 m [$0,8 \text{ m}$, a] vergrößert, die Breite dagegen um 1 m [1 m , b] verkürzt, so wird das Rechteck um 14 qm [3 qm , c] größer als das Quadrat über der ursprünglichen Breite. Wie lang und breit ist das Rechteck?

491. [492. 493.] Die Grundlinie eines Dreiecks beträgt das Doppelte der Höhe. Wenn man die Grundlinie um 3 m [5 cm , a] verlängert und die Höhe um 2 m [2 cm , b] verkürzt, wird das Dreieck um 6 qm [0 , c] kleiner als das Quadrat über der ursprünglichen Höhe. Grundlinie und Höhe des Dreiecks?

494. [495. 496.] Die eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks beträgt 8 m [7 cm , a]; die Hypotenuse ist um 2 m [1 cm , d] länger als die andere Kathete. Welches sind die Seiten des Dreiecks?

497. [498. 499.] Die eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks ist um 1 cm [7 m , d] größer als die andere; das Quadrat über der Hypotenuse ist um 7 qcm [119 qm , p] größer als das doppelte Quadrat über der kleineren Kathete. Hypotenuse und Katheten?

Zins und Diskont.

Zins ist der aus einem Kapital fließende Nutzen. Der Zins zum Anfangskapital addiert gibt das Endkapital. — Diskont ist der von einer später fälligen Summe zu machende Abzug. Der Diskont vom Endkapital subtrahiert gibt das Anfangskapital (Barwert).

Zu berechnen Zins und Endkapital für:

500. 6200 M Kap. zu 5% in 1 Jahr.

501. 34985 fl „ „ 4% „ „ 1 „

502. 172 *M* Kap. zu 4,5⁰/₀ in 1 Jahr.
 503. 63 *fr* " " 3¹/₃ " " 1 "
 504. *k M* " " *p* " " 1 "
 505. 250 *M* " " 4 " " 3 Jahren.
 506. 9000 *fl* " " 6 " " 7¹/₃ "
 507. *k M* " " *p* " " *n* "
 508. 7420 *fl* " " 4,2 " " 7 Monaten.
 509. 4200 *fr* " " 3 " " 5¹/₂ "
 510. *k M* " " *p* " " *m* "
 511. 1080 *M* " " 5 " " 59 Tagen.
 512. 1734 *fl* " " 3,6 " " 275 "
 513. *k M* " " *p* " " *t* "
 (Das Jahr zu 360 Tagen).

Welches Kapital wirft folgenden Zins ab:

514. zu 5⁰/₀ in 1 Jahr 400 *M* Zins.
 515. " 4¹/₂ " " 1 " 729 *fl* "
 516. " 4 " " 1 " 17 *fr* "
 517. " *p* " " 1 " *z M* "
 518. " 3¹/₂ " " 7 Jahren 318,5 " "
 519. " *p* " " *n* " *z* " "
 520. " 5 " " 11 Monaten 660 " "
 521. " *p* " " *m* " *z* " "
 522. " 7,2 " " 85 Tagen 170 *fl* "
 523. " *p* " " *n* " *z M* "

Welches ist der Barwert folgender Summen:

524. 4200 *M* zahlbar nach 1 Jahr bei 5⁰/₀ Zins.
 525. 18000 *fl* " " 2 Jahren " 4¹/₂ " "
 526. *s M* " " *n* " " *p* " "
 527. 6090 *fr* " " 3 Mt. " 6 " "
 528. 700 *M* " " 2¹/₂ " " 4,8 " "
 529. *s* " " " *m* " " *p* " "

Welches ist der Zinsfuß, wenn nachbenannte Kapitalien die beigesetzten Endwerte haben:

530. 15000 *M* nach 1 Jahr den Endwert 15675 *M*.
 531. 2450 *fl* " 1 " " " 2597 *fl*.
 532. *k M* " 1 " " " *s M*.
 533. 4800 *M* " 5 Mt. " " 4870 "
 534. *k* " " *m* " " *s* "
 535. 19000 " " 45 Tg. " " 19099,75 "
 536. 3600 " " 100 " " 3650 "
 537. *k* " " *t* " " *s* "

Welches ist der Zinsfuß, wenn nachbenannte Endwerte die beigesetzten Barwerte haben:

538. 936 *M* zahlbar nach 1 Jahr den Barwert 900 *M*.
 539. 441 „ „ „ 1 „ „ „ 420 „
 540. s „ „ „ 1 „ „ „ k „
 541. 609 „ „ „ 3 Mt. „ „ 600 „
 542. 400 *fl* „ „ 6 „ „ 390 *fl*.
 543. s *M* „ „ m „ „ k *M*.
 544. 3027 *fr* „ „ 72 Tg. „ „ 3000 *fr*.
 545. s *M* „ „ t „ „ k *M*.

In welcher Zeit ergeben nachbenannte Kapitalien zu dem beigesetzten Zinsfuß die angegebenen Endwerte:

546. 8000 *M* Kap. zu 5 0/0 8400 *M* Endwert.
 547. 4800 „ „ „ 4 „ 5008 „ „
 548. 5000 *fl* „ „ 6 „ 5280 *fl* „ „
 549. 1300 *fr* „ „ 3 „ 1326 *fr* „ „
 550. 1000 *M* „ „ 3,6 „ 1010 *M* „ „
 551. k „ „ „ p „ s „ „

Nachbenannte Endwerte haben zu dem beigesetzten Zinsfuß die angegebenen Barwerte:

552. 2100 *M* Endwert zu 5 0/0 den Barwert 2000 *M*.
 553. 4620 *fl* „ „ 4 „ „ 4500 *fl*.
 554. 7000 *fr* „ „ 4,5 „ „ 6000 *fr*.
 555. 150 *M* „ „ 4 „ „ 100 *M*
 556. 11000 „ „ 3,6 „ „ 10000 „ „
 557. s „ „ „ p „ „ k „

Welches ist die Zeit?

Welches ist der Barwert folgender Summen:

558. 4200 *M* zahlbar nach 1 Jahr bei 5 0/0 Diskonto?
 559. 18000 *fl* „ „ 2 Jahren „ 4½ „ „
 560. s *M* „ „ n „ „ p „ „
 561. 6090 *fr* „ „ 3 Mt. „ 6 „ „
 562. 700 *M* „ „ 2½ „ „ 4,8 „ „
 563. s „ „ „ m „ „ p „ „

(vergl. Nr. 524—529.)

Welche Endsumme ergibt nachbenannte Barwerte:

564. 950 *M* Barwert für 1 Jahr bei 5 0/0 Diskonto.
 565. 658 *fl* „ „ 1 „ „ 6 „ „
 566. k *M* „ „ n Jahren „ p „ „
 567. 1584 *fr* „ „ 3 Mt. „ 4 „ „
 568. 1740 *M* „ „ 8 „ „ 5 „ „
 569. k „ „ „ m „ „ p „ „

570. [571.] Ein Kapitalist hat einen Teil seiner Kapitalien in Staatspapieren angelegt, die Hälfte [2 Drittel] dieses Betrages in Hypotheken und ein Viertel [die Hälfte] dieses Betrages in Industrieaktien. Die Staatspapiere verzinsen sich zu 4% [$3\frac{1}{2}\%$], die Hypotheken zu 5% [4%] und die Industrieaktien zu 8% [7%]. Seine jährliche Einnahme betrug 11900 *M* [2900 *fl*]. Wie groß waren die einzelnen Kapitalien?

572. [573.] Ein Kapital von 4000 *M* [6000 *fr*] trägt jährlich um 5 *M* mehr [um 55 *fr* weniger] Zins als ein Kapital von 3000 *M* [6500 *fr*], dessen Zinsfuß um 1% [$\frac{1}{2}\%$] höher ist. Welches sind die Zinsfüße?

574. [575.] Ein Kapital von 12000 *M* [1600 *M*] stand einen Teil des Jahres zu $4\frac{1}{2}\%$ [$3\frac{1}{2}\%$], den Rest des Jahres zu 5% [4%] und ergab einen Jahreszins von 550 *M* [58 *M*]. Welches waren diese Zeiten?

576. [577.] Auf einem Haus ruhen drei Hypotheken; der Zinsfuß jeder folgenden Hypothek ist um $\frac{1}{2}\%$ [1%] höher. Die erste Hypothek beträgt 30000 *M* [24000 *M*] und liegt 3 Jahr $4\frac{1}{2}$ Monat [17 Mt.] lang, die zweite Hypothek beträgt 20000 *M* [18000 *M*] und liegt 4 Jahr 8 Monat [19 Mt.], die dritte Hypothek beträgt 12000 *M* [12000 *M*] und liegt 3 Jahr 6 Monat [23 Mt.]. Der Gesamtzins beträgt in diesen Zeiten 10350 *M* [3310 *M*]. Welches waren die einzelnen Zinsfüße?

578. [579.] Ein Kapitalist hat einen Teil seines 10000 *M* [9000 *M*] betragenden Vermögens $1\frac{1}{2}$ Jahre [2 Jahre 4 Monate] zu 4% [$3\frac{1}{2}\%$], den Rest $1\frac{1}{3}$ Jahre [2 Jahre 10 Monate] zu 5% [$4\frac{1}{2}\%$] angelegt. Das Gesamterträgnis war 620 *M* [900 *M*]. Welches waren die einzelnen Kapitalien?

580. [581. 582. 583.] Ein nach 3 Monaten [2 Monaten, 45 Tagen, *t* Tagen] fälliger Wechsel wurde mit 2079 *M* [4356 *fl*, 795 *fr*, *a* *M*] eingelöst bei 4% [6% , 5% , $p\%$] Diskonto. Auf welche Summe lautete der Wechsel?

584. [585. 586. 587.] Jemand will eine nach 8 Monaten [10 Monaten, 4 Jahren, *m* Monaten] fällige Summe von 9300 *M* [7770 *fl*, 120000 *fr*, *s*] durch eine nach 2 [$1\frac{1}{2}$, 6, *n*] Monaten fällige Summe erlegen. Wie groß wird letztere sein müssen a) bei 5% [6% , 5% , $p\%$] Zins, b) bei ebensoviel Diskonto, c) wenn der Barwert nach dem Diskont, der Endwert nach dem Zins berechnet wird?

588. [589. 590.] Jemand hat zu zahlen 5125 *M* [1228 *fl*, 4000 *fr*] nach 5 [7, 3] Monaten, 4120 *M* [915 *fl*, 5000 *fr*] nach 6 [5, 8] Monaten, 3726 *M* [1560 *fl*, 7000 *fr*] nach 7 [11, 13] Monaten. Er will diese Verbindlichkeiten durch eine einzige Summe tilgen, welche nach 10 [4, 5] Monaten fällig sein soll. Wie groß muß diese Summe sein a) bei 6 % [4 %, 5 %] Zins, b) bei ebensoviel Diskonto, c) wenn der Barwert nach dem Diskont, der Endwert nach dem Zins berechnet wird?

591. [592. 593. 594. 595.] Welcher Zinsfuß ist gleichbedeutend mit einem Diskontfuß von 4 [4½, 5, 6, p] %?

596. [597. 598. 599. 600.] Welcher Diskontfuß ist gleichbedeutend mit einem Zinsfuß von 3 [4, 4½, 5, p] %?

§ 42.

Besondere Fälle.

1. $15x^2 + 40x = -28x - 2x^2$.
2. $3x^2 - 2x - 5x^2 + 24x = 0$.
3. $8x^3 - 11x^4 + 7x^3 - x^3 + 9x^4 - 17x^3 = 0$.
4. $10x^5 - 13x^4 + 12x^5 = 2x^4 + 17x^5 - 20x^4$.
5. $2x^2 + 7x - 23 = 5x^2 - 2x - 23$.
6. $175 + 17x^3 - 7x^2 = 9x^2 + 13x^3 + 175$.
7. $ax^2 + bx - cx^2 + dx = 0$. 8. $3x^3 + 7mx^2 = 5x^3 - 3x^2$.
9. $ax^2 + bx - c = px^2 - qx - c$.
10. $px^3 + 4x^4 - 7q = 15px^3 - 3x^4 - 7q$.
11. $x(x - 5) = 3(x - 5)$.
12. $5x(x + 7) - 2(x + 7) = 0$. 13. $(x - 1)(x - 2) = 0$.
14. $(x + 5)(x - 3) = 0$. 15. $x^2 - 2x = 7x - 14$.
16. $2x^2 - x = 20x - 10$. 17. $x^2 - 7x - 5x + 35 = 0$.
18. $x^2 + 4x + 3x + 12 = 0$. 19. $(x - 5)^2 = 7x - 35$.
20. $(2x + 9)^2 - 6x - 27 = 0$. 21. $x^2 - 14x + 49 = 3x - 21$.
22. $25x^2 - 40x + 16 - 35x + 28 = 0$. 23. $x^2 - 25 = 7x - 35$.
24. $x^2 - 9 - 11x + 33 = 0$.
25. $x(x + b) = a(x + b)$.
26. $mx(px + q) = n(px + q)$. 27. $x(x - 2a) - 3a(x - 2a) = 0$.
28. $(x - m)(x + n) = 0$. 29. $x^2 - ax - bx + ab = 0$.
30. $x^2 + px - qx - pq = 0$. 31. $x^2 - 2px + p^2 = sx - ps$.
32. $x^2 - q^2 = rx - qr$.

33. $(2x+3)(5x+4)=(x+6)(x+2).$
 34. $(ax+1)(bx+m)=(cx+m)(dx+1).$
 35. $(4x-9)(5x-4)=(5x-6)^2.$
 36. $(ax+mn)^2-(bx-m)(cx-n)=0.$
 37. $(7x-3)(5x-2)-1-(4x-1)(3x-5)=0.$
 38. $(ax+1)(bx-1)=(cx-2)(dx+1)+1.$

$$39. \frac{3x+16}{5x+6} = \frac{7x+8}{2x+3}. \quad 40. \frac{ax-p}{bx+p} - \frac{cx+q}{dx-q} = 0.$$

$$41. \frac{x-3}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} = \frac{x^2+4x+18}{x^2-9}.$$

$$42. \frac{x+a}{x-a} + \frac{x-a}{x+a} - \frac{2a^2}{x^2-a^2} = 0.$$

$$43. \frac{4x+1}{15x+5} - \frac{x+1}{12x-4} = \frac{7x^2+2x-9}{180x^2-20}.$$

$$44. \frac{x+3a}{x+2a} + \frac{x-5a}{x-2a} - \frac{(x-4a)^2}{x^2-4a^2} = 0.$$

45. $(11x+7)-(2x-5)=(13x-8)+(17-4x).$
 46. $(8x-1) \cdot 3 - 7(3x+5) = 5(7x-2) - (3+4x) \cdot 8.$
 47. $\frac{5x-1}{12} + \frac{3-2x}{5} = \frac{3x-7}{4} - \frac{2+11x}{15}.$
 48. $m(x-a) - n(x-b) = m(x-c) - n(x-c).$
 49. $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + c.$
 50. $(x+a)(x+b) = x^2 + ax + bx + cd.$

51. $(19x+7)-(17x+2)=(13x-1)-(11x-6).$
 52. $\frac{7}{10}x - \frac{1}{15}(7x+2) = \frac{1}{10}(3x+2) - \frac{1}{15}(5+x).$
 53. $\frac{1}{4}(3x+5) + \frac{1}{3}(2x-7) - \frac{1}{12}(17x-13) = 0.$
 54. $\frac{x+a}{m} - \frac{x-b}{n} - \frac{nx-mx+an+bm}{mn} = 0.$
 55. $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x-a}{x+a} = \frac{2(x^2+a^2)}{x^2-a^2}.$
 56. $\frac{x+p}{4x+8p} - \frac{x-p}{6x-12p} = \frac{x^2-5px-2p^2}{12x^2-48p^2}.$

§ 43.

Hilfsunbekannte.

1. $12(x+3) - 1 + (x+3) = 23 + 15(x+3) - 8.$
2. $2 + 27(x-2) - 16 = 10(x-2) - 20 - (x-2).$
3. $m(a+x) + n = p(a+x) - q.$
4. $9(x+3p) - p = 9p + 7(x+3p).$
5. $11 \cdot \frac{1}{2}x - 15 = 3 \cdot \frac{1}{2}x + 17.$ 6. $7 - \frac{2}{3}x = 2\frac{2}{3}x - 33.$
7. $\frac{m}{r}x + a = \frac{n}{r}x + b.$ 8. $\frac{9x}{a} + 2b = \frac{13x}{a} - 2b.$
9. $19(2+3x) + 5 = 23(2+3x) - 15.$
10. $m(a-bx) + p = n(a-bx) + q.$
11. $\frac{10}{x} + \frac{8}{x} = 9.$ 12. $\frac{11}{x} - \frac{7}{x} + \frac{5}{x} = 3.$
13. $\frac{3}{x} + \frac{5}{2x} - \frac{7}{3x} = 1\frac{7}{2}.$ 14. $\frac{13}{6x} - \frac{9}{10x} - \frac{2}{15x} = \frac{5}{3x} - \frac{8}{105}.$
15. $\frac{a}{x} + \frac{b}{x} = a - b.$ 16. $\frac{a}{x} - \frac{b}{x} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}.$
17. $\frac{12}{x-3} + \frac{14}{x-3} = 13.$ 18. $\frac{30}{x-2} + 1 = \frac{15}{x-2} + 4.$
19. $\frac{m}{a+x} + \frac{n}{a+x} = p.$ 20. $\frac{7a}{2a-x} - \frac{5a}{2a-x} = 1 + \frac{a}{2a-x}.$
21. $\frac{5}{3(x-2)} + \frac{9}{5(x-2)} - \frac{13}{7(x-2)} = \frac{29}{210} + \frac{4}{3(x-2)}.$
22. $\frac{p}{m(a-x)} + \frac{q}{n(a-x)} = r.$
23. $\frac{9a}{20(3a-2x)} + \frac{7a}{15(3a-2x)} = \frac{1}{2} + \frac{5a}{12(3a-2x)}.$
24. $3 \cdot \frac{3+x}{3-x} + 7 - 9 \cdot \frac{3+x}{3-x} + 23 = 0.$
25. $13 + \frac{3x+1}{2x-3} = 3 \cdot \frac{3x+1}{2x-3} - 1.$
26. $19 \cdot \frac{2x+1}{5x-11} + 7 = 1 + 25 \cdot \frac{2x+1}{5x-11}.$
27. $\frac{5(2x+1)}{x+1} + 7 = \frac{4(2x+1)}{3(x+1)} + 12 + \frac{8(2x+1)}{9(x+1)}.$

$$28. \frac{(5x+2)+1}{6} - \frac{3(5x+2)-1}{4} + \frac{5(5x+2)+9}{12} = 0.$$

$$29. [(2x+1)+3]^2 = [(2x+1)+6] \cdot [(2x+1)+1].$$

$$30. [4(5x-2)-3]^2 = [8(5x-2)+3] \cdot [2(5x-2)-3].$$

$$31. \frac{1}{3} \left[\left(\frac{2}{5}x + 1 \right) - 2 \right] + \frac{1}{10} \left[3 \left(\frac{2}{5}x + 1 \right) - 5 \right] \\ = \frac{1}{7} \left[4 \left(\frac{2}{5}x + 1 \right) + 1 \right] - 1.$$

$$32. \frac{2}{3} \left[\frac{3}{5}(x+1) + 3 \right] - 3 = 3.$$

$$33. \frac{2}{3} \left[\frac{4}{5} \left(\frac{3}{4}x - 1 \right) - 1 \right] + 1 = 3.$$

$$34. \frac{1}{2} \left[3 \left(\frac{5}{6}x - 7 \right) + 1 \right] + \frac{1}{5} \cdot \left[3 \left(\frac{5}{6}x - 7 \right) + 1 \right] = 7.$$

$$35. \frac{2}{3} \left[\frac{5}{7}(0,9x - 4) - 1 \right] = 11 - \frac{5}{9} \left[\frac{5}{7}(0,9x - 4) - 1 \right].$$

$$36. 3 \cdot \left\{ \frac{1}{7} \left[\frac{1}{5}(x+3) + 6 \right] + 9 \right\} - 29 = 1.$$

$$37. 7 \cdot \left\{ \frac{4}{5} \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{2}{3}x - 7 \right) + 2 \right] - 3 \right\} - 6 = 1.$$

VII. Proportionen.

§ 45.

Folgende Proportionen in zwei (bezw. drei u. s. w.) Gleichungen zu zerlegen:

1. $a:b=2:3$. 2. $x:y=5:(-7)$. 3. $u:v=m:n$.
 4. $p:q=1:5$. 5. $m:n=(-3):(-1)$. 6. $x:y=(-r):1$.
 7. $a:b:c=2:3:5$. 8. $x:y:z=p:q:r$.
 9. $a:b:c=1:5:9$. 10. $u:v:w=a:b:(-1)$.
 11. $a:b:c:d=2:3:5:7$. 12. $u:v:w:x:y=p:q:r:s:1$.

Nachfolgende Systeme von Gleichungen in eine Proportion umzuwandeln:

13. $a=7u$ } 14. $x=-3r$ } 15. $m=3a$ } 16. $p=mx$ } 17. $a=-y$ }
 $b=5u$ } $y=10r$ } $n=a$ } $q=nx$ } $b=my$ }
 18. $a=3u$ } 19. $x=7p$ } 20. $u=mz$ } 21. $p=x$ }
 $b=2u$ } $y=5p$ } $v=nz$ } $q=bx$ }
 $c=5u$ } $z=-p$ } $w=z$ } $r=cx$ }

§ 46.

In den nachfolgenden Proportionen das unbekannte Glied zu finden:

1. $24 : 54 = 28 : x$. 2. $247 : (-57) = 13 : x$.
3. $6\frac{2}{3} : 55 = \frac{4}{9} : x$. 4. $(-77) : 14 = x : (-10)$.
5. $(-14) : (-63) = x : (-45)$. 6. $1,4 : 1,75 = x : \frac{5}{9}$.
7. $91 : x = 52 : 68$. 8. $45 : x = 360 : (-8)$.
9. $(-\frac{9}{11}) : x = (-\frac{9}{13}) : 3\frac{1}{7}$. 10. $x : 100 = 112 : 175$.
11. $x : (-16) = (-25) : 80$. 12. $x : 1,25 = 1,16 : 7,25$.
13. $ab : ac = bc : x$. 14. $(a^2 - b^2) : (a + b) = (a - b) : x$.
15. $2a : (-10abn) = x : 5bm$.
16. $(-5) : (2p - 4q) = x : (p^2 - 4pq + 4q^2)$.
17. $(-7a^6) : x = 21a^5 : (-3a^2)$.
18. $(a + b) : x = (5a^2 - 5b^2) : (a - b)$.
19. $x : (-9b^3) = (-9b^4) : (-27b^5)$.
20. $x : (4m + 4) = (5m + 5) : (10m^2 + 20m + 10)$.

§ 47.

In nachfolgenden Proportionen die Glieder soweit als möglich zu verstellen:

1. $x : y = p : q$. 2. $5 : 7 = x : y$. 3. $u : 13 = v : (-17)$.

Nachfolgende Proportionen sollen vor der Bestimmung des unbekannten Gliedes auf die einfachste ganzzahlige Form gebracht werden:

4. $19 : 57 = 23 : x$. 5. $24 : (-35) = (-36) : x$.
6. $a^2b : b = a : x$. 7. $(-\frac{2}{3}) : (-\frac{5}{6}) = 16 : x$.
8. $\frac{m}{n} : \frac{p}{q} = mr : x$. 9. $\frac{7a^2}{3} : \frac{a^3}{5} = 5\frac{5}{6} : x$.
10. $(-4\frac{2}{3}) : 5 = x : (-10\frac{5}{7})$. 11. $ma : \frac{2}{5}mn = x : \frac{1}{5}bn$.
12. $(-0,11) : x = (-1,32) : (-60)$.
13. $\frac{m^3}{a^2} : x = \frac{m^2n^2p}{a^2} : n^3$. 14. $x : 70 = (-\frac{1}{5}) : (-3\frac{1}{2})$.
15. $x : (15a - 25b) = (3a + 5b) : (45a^2 - 125b^2)$.

§ 48.

Gegeben $x : y = 5 : 3$. Zu berechnen

1. $(x + y) : x$. 2. $(x + y) : y$. 3. $(x - y) : x$.
4. $(x - y) : y$. 5. $(x + y) : (x - y)$.

6. [7. 8. 9. 10.] Desgleichen, wenn gegeben $x:y=4:7$.

11. [12. 13. 14. 15.] $x:y=3:(-4)$.

16. [17. 18. 19. 20.] $x:y=p:q$.

21. [22. 23. 24. 25.] $x:y=2a:3b$.

Gegeben $x:y:z=7:5:3$.

Zu berechnen 26. $(x+y+z):x$. 27. $(x+y-z):y$.

28. $(x-y-z):z$. 29. $(x+y):(y-z)$.

30. $(x+y+z):(x-y-z)$.

31. [32. 33. 34. 35.] Desgleichen, wenn gegeben $x:y:z=3:8:13$.

36. [37. 38. 39. 40.] $x:y:z=10:(-7):3$.

41. [42. 43. 44. 45.] $x:y:z=9:5:17$.

Gegeben $p:q:r:s=9:7:11:5$. Zu berechnen

46. $(p+q):(r-s)$. 47. $(p+q-r):p$.

48. $(p+q+r+s):(q+s)$. 49. $(p-q+r):(q+p+s)$.

50. $(p-q+r-s):(p+q-r-s)$.

VIII. Lineäre Gleichungen mit mehreren Unbekannten.

§ 49.

Eine lineäre Gleichung mit zwei Unbekannten.

Für nachstehende unbestimmte Gleichungen eine Anzahl Wertpaare anzugeben:

1. $x+3y=11$. 2. $5x-y=13$. 3. $2x+3y=5$.

4. $11x-9y=2$. 5. $13x-5y=26$. 6. $7x+10y=30$.

7. $4x+7y=29$. 8. $13x-19y=8$. 9. $25x-16y=9$.

10. $9x-5y=17$. 11. $10x+7y=99$. 12. $21x-19y=1$.

13. $5(3x+2y-6)+2x+3y=0$.

14. $5(3x+4y)-9=7(x+y+10)$.

15. $\frac{3}{5}x-\frac{1}{3}y=2$. 16. $\frac{3}{4}x+\frac{2}{3}y=28$. 17. $\frac{2}{5}x-\frac{5}{4}y=\frac{14}{5}$.

Aus nachstehenden unbestimmten Gleichungen das Verhältnis der Unbekannten zu bestimmen:

18. $5x-4y=0$. 19. $7x+11y=0$.

20. $45x-63y=0$.

21. $10(5x+3y+6)=3(13x+15y+20)$. 22. $\frac{3}{5}x+\frac{5}{12}y=0$.

$$23. \frac{1}{3}(7x + 5y - 3) + 3 = \frac{1}{5}(3x - 2y + 10).$$

$$24. \frac{1}{3}(y - x) - \frac{1}{7}(2x - y) = 0.$$

Von besonderer Bedeutung sind häufig die ganzzahligen Lösungen unbestimmter Gleichungen. (Diophantische Gleichungen). Die Lösung geschieht nach folgendem Muster:

$$17x - 21y = 22.$$

$$x = \frac{21y + 22}{17} = y + 1 + \frac{4y + 5}{17} = y + 1 + z.$$

$$y = \frac{17z - 5}{4} = 4z - 1 + \frac{z - 1}{4} = 4z - 1 + u.$$

$$z = 4u + 1.$$

Das Verfahren wird fortgesetzt bis für die letzte Hilfsunbekannte ein ganzzahliger Ausdruck erscheint. Nimmt man dann für diese Unbekannte beliebig die Werte 0, +1, +2, ..., -1, -2, ..., so ergeben sich zugehörige ganzzahlige Werte von x und y, z. B.

$$\begin{array}{lll} \text{Für } u = 0 \text{ ist } z = 1. & y = 3. & x = 5. \\ \text{„ } u = 1 \text{ „ } z = 5. & y = 20. & x = 26. \\ \text{„ } u = -1 \text{ „ } z = -3. & y = -14. & x = -16. \end{array}$$

25 bis 41. Ganzzahlige Lösungen anzugeben für die Beispiele 1 bis 17.

42. [43.] Jemand kaufte 8 [15] Orangen und 11 [13] Zitronen zusammen um 1,49 M [1,83 M]. Welches war der Preis einer Orange und einer Zitrone?

44. [45.] Eine Anzahl Maurer und Handlanger erhielten zusammen einen Wochenlohn von 1040 M [576 M] wobei jeder Maurer 25 M [21 M], jeder Handlanger 15 M [11 M] erhielt. Wieviel Maurer und Handlanger waren es?

46. [47.] Es werden gemischt Blei und Kupfer [Gold und Kupfer], so daß die Mischung 416 g [501 g] wiegt. Wieviel (dem Raume und dem Gewicht nach) ist von den einzelnen Bestandteilen darin enthalten? (1 ccm Blei wiegt 11 g, Kupfer 9 g [Gold 19 g]).

48. [49.] Zwei Freunde reisen einander entgegen auf einer 67 km [131 km] langen Strecke; der eine machte stündlich 5 km [11 km], der andere stündlich 4 km [13 km]. Wie lange reiste jeder der Freunde bis zur Begegnung?

50. [51.] Ein Wasserbehälter hat eine Zufluß- und eine Abflußröhre. Nachdem erstere 33 Minuten [1^h 35^m], und letztere 26 Minuten [2^h 5^m] offen gewesen, sind 274 l [13,25 hl] im Behälter. Wieviel floß durch jede Röhre in der Minute zu, bez. ab?

§ 50 und 51.

System von zwei lineären Gleichungen mit zwei Unbekannten. Substitutionsmethode.

- | | | |
|----------------------|-------------------------|--------------------|
| 1. $7x + 3y = 50.$ | 2. $5x - 2y = 21.$ | 3. $ax + by = c.$ |
| $x = y.$ | $y = x.$ | $x = y.$ |
| 4. $3x + 5y = 26.$ | 5. $8x - 11y = 39.$ | 6. $ax - by = c.$ |
| $2x = y.$ | $x = 3y.$ | $x = ny.$ |
| 7. $2x + y = 11.$ | 8. $x + y = 7.$ | 9. $x + y = s.$ |
| $x + y = 6.$ | $15x + 4y = 6.$ | $ax + by = c.$ |
| 10. $3x + 5y = 46.$ | 11. $x - y = 1.$ | 12. $x - y = d.$ |
| $x - y = 2.$ | $10x - 9y = 19.$ | $ax - by = c.$ |
| 13. $7x - 13y = 28.$ | 14. $3x + 5y + 22 = 0.$ | 15. $ax + by = c.$ |
| $x + 5y = 4.$ | $x + 3y + 10 = 0.$ | $mx + y = n.$ |
| 16. $x + y = 32.$ | 17. $x - y = 42.$ | 18. $x + y = s.$ |
| $x = 3y.$ | $x - 7y = 0.$ | $x - ny = 0.$ |
| 19. $5x = 4y.$ | 20. $7x - 4y = 12.$ | 21. $ax + by = c.$ |
| $3x + 2y = 44.$ | $8x - 5y = 0.$ | $mx + ny = 0.$ |
| 22. $9x + 5y = 33.$ | 23. $7x + 4y = 34.$ | 24. $ax + by = c.$ |
| $4x - 3y = -1.$ | $13x - 5y = 1.$ | $px - qy = r.$ |

§ 52.

Komparationsmethode.

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1. $5x - 2y = 1.$ | 2. $7x + 4y = 26.$ | 3. $10x - 9y = a.$ |
| $3x + 5y = 13.$ | $3x - 2y = 0.$ | $15x - 7y = 8a.$ |
| 4. $8x + 3y = 46.$ | 5. $2x - 5y = 4.$ | 6. $ax + by = c.$ |
| $4x + 7y = 34.$ | $3x - 8y = -3.$ | $px - qy = r.$ |

§ 53 und 54.

Additionsmethode, Determinanten zweiten Grades.

- | | | |
|-------------------------|----------------------|------------------|
| 1. $7x + 3y = 47.$ | 2. $x + 4y = 15.$ | 3. $ax - y = m.$ |
| $5x - 3y = 13.$ | $11y - x = 15.$ | $bx + y = n.$ |
| 4. $3x - 5y = 22.$ | 5. $2x + 13y = 6.$ | |
| $11x + 5y = 104.$ | $-2x + 17y + 6 = 0.$ | |
| 6. $ax + my = p.$ | 7. $3x + 5y = 25.$ | |
| $bx - my = q.$ | $2x + 5y = 20.$ | |
| 8. $11x - 4y - 41 = 0.$ | 9. $x + ay = m.$ | |
| $7x - 4y - 29 = 0.$ | $x - by = n.$ | |
| 10. $13x + 11y = 2.$ | 11. $3x + 8y = 71.$ | |
| $13x - 7y = 20.$ | $3x + 10y = 85.$ | |
| 12. $ax + ny = p.$ | | |
| $bx + ny = q.$ | | |

13. $\begin{cases} 3x+y=11. \\ 5x-2y=0. \end{cases}$
 14. $\begin{cases} x+7y-52=0. \\ 3y-5x-6=0. \end{cases}$
15. $\begin{cases} 3x+y=17a. \\ 7x-3y=29a. \end{cases}$
 16. $\begin{cases} 7x+4y=24. \\ 5x-y=21. \end{cases}$
17. $\begin{cases} 7x+17y=21. \\ -x+13y=-3. \end{cases}$
 18. $\begin{cases} ax+y=p. \\ bx-ny=q. \end{cases}$
19. $\begin{cases} 5x+6y=52. \\ 3x+y=13. \end{cases}$
 20. $\begin{cases} x-5y=1. \\ 11x-53y=15. \end{cases}$
21. $\begin{cases} 17x+7y=28p. \\ 19x+y=4p. \end{cases}$
 22. $\begin{cases} 9x+y=73. \\ 13x+10y=114. \end{cases}$
23. $\begin{cases} x+5y-20=0. \\ 17x+7y-28=0. \end{cases}$
 24. $\begin{cases} ax+y=p. \\ bx+ny=q. \end{cases}$
-
25. $\begin{cases} 23x+2y=25. \\ 29x-10y=19. \end{cases}$
 26. $\begin{cases} 21x+5y-32=0. \\ -3x-11y-16=0. \end{cases}$
27. $\begin{cases} 7x+15y=80r. \\ 3x-5y=0. \end{cases}$
 28. $\begin{cases} 13x-20y=-75. \\ 21x+4y=133. \end{cases}$
29. $\begin{cases} 7x+4y=1. \\ -35x-11y=-50. \end{cases}$
 30. $\begin{cases} ax+my=p. \\ bx+mny=q. \end{cases}$
31. $\begin{cases} 13x+3y=55. \\ 19x+6y=82. \end{cases}$
 32. $\begin{cases} 25x+37y+1=0. \\ 5x+8y-1=0. \end{cases}$
33. $\begin{cases} 3x+2y=17q. \\ 5x+14y=7q. \end{cases}$
 34. $\begin{cases} 9x-8y=46. \\ 7x-2y=40. \end{cases}$
35. $\begin{cases} 33x-67y+31=0. \\ 11x+47y+149=0. \end{cases}$
 36. $\begin{cases} ax-mny=p. \\ bx-ny=q. \end{cases}$
-
37. $\begin{cases} 7x+4y=50. \\ 41x-6y=28. \end{cases}$
 38. $\begin{cases} -10x+13y+109=0. \\ -15x-38y-9=0. \end{cases}$
39. $\begin{cases} 3x+20y=95a. \\ 23x-25y=15a. \end{cases}$
 40. $\begin{cases} 9x-14y=29. \\ 10x+21y=215. \end{cases}$
41. $\begin{cases} 20x+17y+238=0. \\ -15x+37y-477=0. \end{cases}$
 42. $\begin{cases} ax+mny=p. \\ bx-mry=q. \end{cases}$
43. $\begin{cases} 7x+18y=343. \\ 13x+27y=547. \end{cases}$
 44. $\begin{cases} 9x+4y+199=0. \\ 12x+5y+260=0. \end{cases}$
45. $\begin{cases} 7x-24y=182b. \\ 9x-16y=130b. \end{cases}$
 46. $\begin{cases} 496x-45y=1. \\ 551x-50y=1. \end{cases}$
47. $\begin{cases} 51x-47y=-2. \\ 85x-79y=-20. \end{cases}$
 48. $\begin{cases} mnx+ay=p. \\ -nrx+by=q. \end{cases}$
49. $\begin{cases} 9x+55y=191. \\ 19x+77y=325. \end{cases}$
 50. $\begin{cases} 56x+39y=85. \\ 53x-65y=590. \end{cases}$
51. $\begin{cases} 17x+62y=570c. \\ 19x-155y=-933c. \end{cases}$
 52. $\begin{cases} -70x+11y+87=0. \\ 105x-29y-134=0. \end{cases}$

$$53. \begin{cases} 27x - 91y = 54. \\ 37x - 117y = 74. \end{cases}$$

$$55. \begin{cases} 143x - 61y = 595. \\ 187x + 67y = 2099. \end{cases}$$

$$57. \begin{cases} 148x - 59y = 859m. \\ 185x - 63y = 1106m. \end{cases}$$

$$59. \begin{cases} -255x + 278y = 23. \\ -357x + 391y = 34. \end{cases}$$

$$54. \begin{cases} mrx + cy = p. \\ nrx - dy = q. \end{cases}$$

$$56. \begin{cases} 21x - 125y = 625. \\ 29x + 175y = -875. \end{cases}$$

$$58. \begin{cases} 161x + 75y = 397. \\ 253x - 259y = 247. \end{cases}$$

$$60. \begin{cases} ax + m^2ny = p. \\ bx - mn^2y = q. \end{cases}$$

$$61. \begin{cases} 25x + 24y = 98. \\ 15x - 16y = -2. \end{cases}$$

$$63. \begin{cases} 15x + 28y = 58a. \\ 18x - 35y = a. \end{cases}$$

$$65. \begin{cases} 26x - 27y + 29 = 0. \\ 14x + 15y - 73 = 0. \end{cases}$$

$$67. \begin{cases} -40x + 63y = -57. \\ 70x - 36y = 174. \end{cases}$$

$$69. \begin{cases} 57x - 16y = 41p. \\ 95x - 12y = 83p. \end{cases}$$

$$71. \begin{cases} 143x - 225y + 82 = 0. \\ 169x - 255y + 86 = 0. \end{cases}$$

$$73. \begin{cases} 13x + 5y = 31. \\ 7x + 9y = 23. \end{cases}$$

$$75. \begin{cases} 11x - 15y + 27 = 0. \\ 19x - 13y - 5 = 0. \end{cases}$$

$$77. \begin{cases} -36x - 35y + 177 = 0. \\ 35x + 36y - 178 = 0. \end{cases}$$

$$79. \begin{cases} -18x + 7y = 3. \\ -49x + 19y = 8. \end{cases}$$

$$81. \begin{cases} -36x - 49y + 180 = 0. \\ -25x - 81y + 125 = 0. \end{cases}$$

$$83. \begin{cases} 59x + 16y = 123. \\ -63x + 17y = 5. \end{cases}$$

$$85. \begin{cases} 23x + 39y = 92. \\ 27x - 35y = 108. \end{cases}$$

$$87. \begin{cases} -57x + 65y + 155 = 0. \\ -52x - 76y + 412 = 0. \end{cases}$$

$$89. \begin{cases} 67x - 71y = 241. \\ -59x - 53y = 943. \end{cases}$$

$$62. \begin{cases} 22x + 27y = 71. \\ -33x + 18y = -48. \end{cases}$$

$$64. \begin{cases} 35x - 44y = 17. \\ 42x - 40y = 46. \end{cases}$$

$$66. \begin{cases} abx + mny = p. \\ acx - nry = q. \end{cases}$$

$$68. \begin{cases} 6x + 35y = 111. \\ 10x + 77y = 241. \end{cases}$$

$$70. \begin{cases} 120x - 91y = 87. \\ -168x + 143y = -75. \end{cases}$$

$$72. \begin{cases} a^2x - pqy = r. \\ bx + q^2y = s. \end{cases}$$

$$74. \begin{cases} 8x + 9y = 33. \\ 7x - 4y = 17. \end{cases}$$

$$76. \begin{cases} 12x + 25y = 62. \\ -11x + 16y = 21. \end{cases}$$

$$78. \begin{cases} 23x - 29y = 34. \\ -31x - 37y = -198. \end{cases}$$

$$80. \begin{cases} -13x + 17y = -5. \\ -17x - 13y = -77. \end{cases}$$

$$82. \begin{cases} 30x + 31y = 151. \\ 43x + 49y = 221. \end{cases}$$

$$84. \begin{cases} -57x + 56y = 224. \\ -73x + 51y = 204. \end{cases}$$

$$86. \begin{cases} -34x - 35y + 243 = 0. \\ 55x + 51y - 365 = 0. \end{cases}$$

$$88. \begin{cases} 41x - 47y = 534. \\ 43x - 53y = 586. \end{cases}$$

$$90. \begin{cases} -107x - 113y = 2432. \\ -121x - 105y = 2454. \end{cases}$$

91. $\begin{cases} ax+by=p. \\ cx+dy=q. \end{cases}$
 92. $\begin{cases} ax-by=p. \\ cx+dy=q. \end{cases}$
93. $\begin{cases} ax-by=p. \\ cx-dy=q. \end{cases}$
 94. $\begin{cases} ax+by=a^2+b^2. \\ bx-ay=0. \end{cases}$
95. $\begin{cases} ax-by=0. \\ bx-ay=b^2-a^2. \end{cases}$
 96. $\begin{cases} ax+by=a^2+b. \\ bx-ay=ab-a. \end{cases}$
97. $\begin{cases} 3x+5y=31a. \\ 7x-2y=4a. \end{cases}$
 98. $\begin{cases} 9x-5y=51m. \\ 13x-11y=85m. \end{cases}$
99. $\begin{cases} 15x-22y+79q=0. \\ 44x+35y-465q=0. \end{cases}$
 100. $\begin{cases} 21x-25y=159b. \\ 29x-13y=155b. \end{cases}$
101. $\begin{cases} 31x-278y=k. \\ 45x-404y=k. \end{cases}$
 102. $\begin{cases} 11x+52y=121r. \\ -19x+67y=-209r. \end{cases}$
103. $\begin{cases} 9x+5y=43a+7b. \\ 7x-4y=-6a+37b. \end{cases}$
104. $\begin{cases} 13x-17y=-4a+30b. \\ 25x-19y=6a+44b. \end{cases}$
105. $\begin{cases} 11x-13y=22m-65n. \\ -15x+9y=-30m+45n. \end{cases}$
106. $\begin{cases} 28x+25y=181p+3q. \\ 45x+56y=370p-11q. \end{cases}$
 107. $\begin{cases} 19x+17y=36a+53. \\ 12x-11y=a-10. \end{cases}$
108. $\begin{cases} 18x+49y=54r-36s. \\ 35x+81y=105r-70s. \end{cases}$
109. $\begin{cases} 5ax+7by=12. \\ 3ax-2by=1. \end{cases}$
 110. $\begin{cases} 9mx-5ny=33. \\ 7mx-10ny=44. \end{cases}$
111. $\begin{cases} 12px+55qy=445. \\ 13px-9qy=2. \end{cases}$
112. $\begin{cases} (a+b)x+(a-b)y=2(a^2+b^2). \\ (a-b)x-(a+b)y=0. \end{cases}$
113. $\begin{cases} 3ax+5by=6a^2+2ab+10b^2. \\ 5ax-2by=10a^2-7ab-4b^2. \end{cases}$
114. $\begin{cases} (a+b)x+(a-b)y=a^2+2ab-b^2. \\ (a-b)x-(a+b)y=a^2-2ab-b^2. \end{cases}$
115. $\begin{cases} (5c+2)x-(3c-1)y=5c^2+5c-1. \\ (2c+1)x+(4c-3)y=2c^2-3c+3. \end{cases}$
116. $\begin{cases} (3a-b)x+(5a-3b)y=13a^2-6ab+b^2. \\ (2a+b)x-(4a+3b)y=-6a^2+3ab+5b^2. \end{cases}$
117. $\begin{cases} (3n+1)x-(2n-1)y=n^2+14n-1. \\ (5n-1)x-(n+1)y=4n^2+11n+1. \end{cases}$

$$118. \begin{cases} 9x + 7y - 4 = 4x - 2y + 33. \\ 15x - 4y + 9 = 5x - 7y + 38. \end{cases}$$

$$119. \begin{cases} 17x + 13y - 3 = 14x - 15y - 28. \\ 25x - 16y - 42 = 27x + 23y - 5. \end{cases}$$

$$120. \begin{cases} 49x + 56y = 413. \\ 55x - 66y = 77. \end{cases}$$

$$121. \begin{cases} 552x + 408y = 960. \\ 875x - 725y = 150. \end{cases}$$

$$122. \begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{4}{5}y = 20. \\ \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}y = 4. \end{cases}$$

$$123. \begin{cases} \frac{1}{9}x + \frac{3}{4}y = 17. \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{5}y = 8. \end{cases}$$

$$124. \begin{cases} \frac{5}{6}x - \frac{3}{4}y + 1 = 0. \\ \frac{5}{4}x - \frac{2}{7}y - 22 = 0. \end{cases}$$

$$125. \begin{cases} 1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{4}y = 162. \\ 2\frac{2}{3}x + 1\frac{7}{8}y = 186. \end{cases}$$

$$126. \begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{2}{15}y = 3\frac{1}{3}. \\ \frac{7}{12}x - \frac{11}{20}y = -2\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$127. \begin{cases} 1\frac{1}{2}x - 1\frac{3}{4}y + \frac{3}{4} = 0. \\ 2\frac{1}{2}x + \frac{5}{9}y - 25\frac{5}{6} = 0. \end{cases}$$

$$128. \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2. \\ \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}. \end{cases}$$

$$129. \begin{cases} \frac{2x}{a} - \frac{3y}{b} = 1. \\ \frac{7x}{a} + \frac{5y}{b} = 50. \end{cases}$$

$$130. \begin{cases} \frac{5x}{2p} - \frac{4y}{5q} = 7. \\ \frac{4x}{3p} - \frac{3y}{2q} = -7. \end{cases}$$

$$131. \begin{cases} \frac{3x}{8r} + \frac{9y}{20s} = 11\frac{1}{4}. \\ \frac{7x}{10r} + \frac{11y}{25s} = 15. \end{cases}$$

$$132. \begin{cases} 4(3x + 5y - 10) - 3 = 3 - 2(4x - 3y - 4). \\ 99 - 5(9x + 7y - 5) = 6(4x - 5y + 3) - 37. \end{cases}$$

$$133. \begin{cases} (9x - 5y - 4a) \cdot 3 - 17a = (7x + 5y - 3a) \cdot 9 + 22a. \\ 5(6x - 3y - 8a) + 4a = 39a - (2x - 7y - 3a) \cdot 5. \end{cases}$$

$$134. \begin{cases} \frac{x+4}{3} + \frac{y-2}{2} = 4. \\ \frac{2x-5}{5} - \frac{3y-4}{4} = -1. \end{cases}$$

$$135. \begin{cases} \frac{x+3n}{4} - \frac{y+4n}{6} = 2n. \\ \frac{x+n}{10} + \frac{7y+n}{15} = 2n. \end{cases}$$

$$136. \begin{cases} \frac{3x+2y}{4} + \frac{5x-4y}{6} = 1\frac{7}{2}. \\ \frac{4x-3y}{10} - \frac{x+4y}{15} = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$137. \begin{cases} \frac{5x+8y}{18} - \frac{11x+2y}{12} = -p. \\ \frac{14x-y}{9} + \frac{x-62y}{15} = -p. \end{cases}$$

$$138. \left. \begin{aligned} \frac{4x+y-5}{6} - \frac{7x+4y+4}{10} + \frac{11x-2y-1}{15} &= 0. \\ \frac{17x+5y-1}{24} - \frac{13x-3y+1}{18} - \frac{5x+y+2}{15} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

$$139. \left. \begin{aligned} \frac{9x+23y+2r}{5} - \frac{7x+11y+10r}{7} - \frac{6x+5y-2r}{3} &= r. \\ \frac{5x+9y+r}{30} - \frac{3x-11y+18r}{42} + \frac{2x+12y+23r}{70} &= \frac{2}{3}r. \end{aligned} \right\}$$

$$140. \left. \begin{aligned} \frac{2}{3}(5x+6) - \frac{1}{3}(10y-3) &= 15. \\ \frac{3}{4}(7x-2) - \frac{4}{5}(8y+1) &= 10. \end{aligned} \right\}$$

$$141. \left. \begin{aligned} \frac{5}{6}(x+5a) + \frac{7}{10}(3y+a) &= 12a. \\ \frac{7}{12}(13x+11a) - \frac{3}{10}(8y+a) &= 6\frac{1}{2}a. \end{aligned} \right\}$$

$$142. \left. \begin{aligned} \frac{3}{20}(4x+5y) - \frac{7}{30}(5x-2y) + 1,7 &= 0. \\ \frac{5}{24}(6x-7y) + \frac{7}{36}(9x-2y) - 9 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

$$143. \left. \begin{aligned} \frac{11}{36}(5x+7y+7n) - \frac{7}{48}(15x+11y-5n) - 2\frac{1}{12}n &= 0. \\ \frac{3}{50}(13x+10y+4n) - \frac{1}{60}(23x-6y+10n) - 1\frac{1}{30}n &= 0. \end{aligned} \right\}$$

$$144. \left. \begin{aligned} \frac{x-a}{b} + \frac{y+b}{a} &= 2. \\ \frac{2x+3a-2b}{a} - \frac{3y-3a+2b}{b} &= 6. \end{aligned} \right\}$$

$$145. \left. \begin{aligned} \frac{5x-4r+9s}{10} - \frac{3y-8r+2s}{15} &= \frac{1}{30}(r-s). \\ \frac{4x-3r+9s}{3} - \frac{7y-20r+6s}{2} &= \frac{1}{6}(5s-r). \end{aligned} \right\}$$

$$146. \left. \begin{aligned} \frac{5x+3y-a-b}{5a} - \frac{2x-5y+4a-b}{6b} &= 1. \\ \frac{3x-4y-a+2b}{10b} - \frac{7x+2y-13a-8b}{12a} &= 1. \end{aligned} \right\}$$

$$147. \left. \begin{aligned} \frac{3x}{a+b} + \frac{2y}{a-b} &= \frac{5}{a^2-b^2}. \\ \frac{7x}{a+b} - \frac{5y}{a-b} &= \frac{2}{a^2-b^2}. \end{aligned} \right\}$$

$$148. \left. \begin{aligned} \frac{9x}{10m-5n} - \frac{7y}{6m+3n} &= -\frac{8}{60m^2-15n^2}. \\ \frac{5x}{8m-4n} - \frac{y}{12m+6n} &= \frac{13}{48m^2-12n^2}. \end{aligned} \right\}$$

$$149. \left. \begin{aligned} \frac{5}{x} + \frac{6}{y} &= 8. \\ \frac{7}{x} - \frac{4}{y} &= 5. \end{aligned} \right\}$$

$$150. \left. \begin{aligned} \frac{9}{x} - \frac{4}{y} &= 1. \\ \frac{15}{x} - \frac{18}{y} &= -4. \end{aligned} \right\}$$

$$151. \left. \begin{aligned} \frac{a}{x} + \frac{b}{y} &= m. \\ \frac{a}{x} - \frac{d}{y} &= n. \end{aligned} \right\}$$

$$152. \left. \begin{aligned} \frac{7}{4x} - \frac{5}{3y} + \frac{1}{15} &= 0. \\ \frac{9}{5x} + \frac{3}{4y} - \frac{219}{400} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

$$153. \left. \begin{aligned} \frac{a}{x} + \frac{b}{y} &= 2. \\ \frac{b}{x} + \frac{a}{y} &= \frac{a^2 + b^2}{ab}. \end{aligned} \right\}$$

$$154. \left. \begin{aligned} \frac{5a+5b}{x} - \frac{3a-3b}{y} &= 2. \\ \frac{7a+7b}{2x} - \frac{5a-5b}{3y} &= 1\frac{5}{6}. \end{aligned} \right\}$$

$$155. \left. \begin{aligned} 3x + 7y &= 47xy. \\ 4x - 9y &= -29xy. \end{aligned} \right\}$$

$$156. \left. \begin{aligned} 10x + 9y &= 8xy. \\ 14x - 15y &= 2xy. \end{aligned} \right\}$$

$$157. \left. \begin{aligned} ax - by &= mxy. \\ cx + dy &= nxy. \end{aligned} \right\}$$

$$158. \left. \begin{aligned} xy - 7x + 2y &= 0. \\ -xy + 13x - 4y &= 0. \end{aligned} \right\}$$

$$159. \left. \begin{aligned} \frac{3}{2}x + \frac{8}{3}y - 7xy &= 0. \\ -\frac{2}{1}x + \frac{1}{1}y - \frac{1}{4}xy &= 0. \end{aligned} \right\}$$

$$160. \left. \begin{aligned} (5x+2)(y+1) &= (x+1)(4y+2). \\ (6x+3)(3y-5) &= (x+5)(3y-3). \end{aligned} \right\}$$

$$161. \frac{9x-4}{2x+1} = \frac{-7y+12}{3(2y-1)} \quad \frac{7x-6}{3x-2} = \frac{y+9}{7y+3}.$$

162. [163. 164. 165.] Der Unterschied zweier Zahlen ist 5 [4, 3, d]; das Doppelte [7 fache, $\frac{1}{3}$ fache, m fache] der größeren Zahl nebst dem 5 fachen [3 fachen, $\frac{1}{5}$ fachen, n fachen] der zweiten Zahl gibt 24 [38, 9, p]. Welches sind die Zahlen?

166. [167. 168. 169.] Die Zahl 9 [30, 60, s] so in zwei Teile zu teilen, daß das 5 fache [7 fache, $\frac{2}{3}$ fache, m fache] des ersten Teiles das 4 fache [5 fache, $\frac{3}{4}$ fache, n fache] des zweiten Teiles um 9 [6, 6, d] übertrifft.

170. [171. 172. 173.] Das 7 fache [11 fache, $\frac{1}{4}$ fache, m fache] einer Zahl nebst dem 9 fachen [13 fachen, $\frac{1}{5}$ fachen, n fachen] einer andern Zahl ergeben 62 [35, 7, a]; andererseits ergibt das 9 fache [17 fache, $\frac{2}{3}$ fache, r fache] der ersten Zahl nebst dem 4 fachen [14 fachen, $\frac{3}{4}$ fachen, s fachen] der zweiten Zahl 57 [48, 23, b]. Welches sind die beiden Zahlen?

174. [175. 176. 177.] Das 9fache [12fache, $\frac{1}{3}$ fache, m fache] einer Zahl übertrifft das 4fache [13fache, $\frac{1}{4}$ fache, n fache] einer zweiten Zahl um 11 [11, 1, d]; andererseits übertrifft das 8fache [10fache, $\frac{3}{8}$ fache, p fache] der ersteren Zahl das 5fache [11fache, $\frac{2}{7}$ fache, q fache] der zweiten Zahl um 4 [7, 1, e]. Wie heißen die beiden Zahlen?

178. [179.] Zwei Knaben kaufen Obst. Der eine zahlt für 7 Äpfel [9 Orangen] und 9 Birnen [11 Aprikosen] 0,78 M [1,27 M], der andere zahlt für 5 Äpfel [4 Orangen] und 13 Birnen [12 Aprikosen] 0,82 M [0,92 M]. Welches war der Preis von einem Apfel und einer Birne [einer Orange und einer Aprikose]?

180. [181.] In einem Goldstück sind um 4 ccm [3 ccm] mehr Gold als Kupfer. Das Gesamtgewicht beträgt 160 g [113 g]. Wie viel Gold und Kupfer ist darin enthalten? (1 ccm Gold wiegt 19 g , Kupfer 9 g).

182. [183.] Eine Metallmischung aus 13 ccm Silber und 4 ccm Kupfer [13 ccm Blei und 15 ccm Nickel] wiegt 166 g [263 g]; eine andere Mischung aus 5 ccm Silber und 3 ccm Kupfer [15 ccm Blei und 13 ccm Nickel] wiegt 77 g [269 g]. Was wiegt 1 ccm jedes dieser Stoffe?

184. [185.] Wie viel Wasser und Weingeist [Terpentinöl und Olivenöl] muß man nehmen um eine Mischung zu erhalten, deren Rauminhalt 130 l [1020 l], und deren Gewicht 106 kg [876 kg] beträgt. (Gewicht von 1 l Wasser 1 kg , Weingeist 0,7 kg [Terpentinöl 0,8 kg , Olivenöl 0,9 kg]).

186. [187.] Jemand mischte zwei Sorten Kaffee [Mehl]; von der ersten Sorte kostete das Kilogramm 2,40 M [0,45 M], von der zweiten Sorte 2,80 M [0,50 M]. Die Mischung wog 60 kg [300 kg] und kostete 158 M [142 M]. Wieviel von jeder Sorte hatte er genommen?

188. [189.] Ein Goldstück [Silberstück] hat 5 ccm [10 ccm] Raum und wiegt 85 g [98 g]. Wieviel Gold und Kupfer [Silber und Kupfer] ist darin enthalten? (1 ccm Gold wiegt 19 g [Silber 10 g], Kupfer 9 g).

190. [191.] Ein Kaufmann kauft Thee und Schokolade [Zucker und Kaffee] und zwar von ersterem um 100 M mehr [um 100 M weniger] als von letzterem. Beim Verkauf des Thees gewann er 25% [beim Zucker 16%], bei der Schokolade dagegen verlor er 25% [beim Kaffee 18%]; im ganzen blieben ihm bei diesem Geschäft 5 M Gewinn

[25 M Verlust]. Um wieviel hatte er von jeder Ware gekauft?

192. [193.] Ein Kapitalist hat um 3000 M mehr Staatspapiere als Hypotheken [um 2000 M mehr Bankaktien als Industrieaktien]. Die Staatspapiere verzinsen sich zu $3\frac{1}{2}\%$ [die Bankaktien zu 6%], dagegen die Hypotheken zu 4% [die Industrieaktien zu $7\frac{1}{2}\%$]. Die Jahreseinnahme aus den Staatspapieren war um 95 M höher als die aus den Hypotheken [die Einnahme aus den Bankaktien um 30 M geringer als die aus den Industrieaktien]. Wieviel hatte er in jeder Art von Kapitalanlage?

194. [195.] Zwei Reisende kommen von einer Reise nach Tirol und der Schweiz zurück und lassen sich in Lindau ihr französisches und österreichisches Geld wechseln. Der eine erhält für 8 Zwanzigfrankstücke und 5 Zehnguldennoten 218 M [für 45 fr und 20 $\mathcal{f}$ 69 M], der andere erhält für 6 Zwanzigfrankstücke und 10 Zehnguldennoten 271 M [für 48 fr und 25 $\mathcal{f}$ 79,65 M]. Wie hoch sind ein Zwanzigfrankstück und eine Zehnguldennote [1 fr und 1 $\mathcal{f}$] gerechnet worden?

196. [197.] Zwei Grundbesitzer nehmen einen Grundtausch vor. A gibt dem B 8 ha Äcker gegen 11 ha Wiesen [75 qm Bauplatz gegen 320 qm Garten] und erhält dabei 2700 M [1100 M] Aufzahlung. An einer andern Stelle gibt A dem B 5 ha Äcker gegen 9 ha Wiesen [65 qm Bauplatz gegen 350 qm Garten] und leistet dabei bei gleichen Preissätzen 1500 M [500 M] Aufzahlung. Welches war der Preis von 1 ha Äcker und Wiesen [1 qm Bauplatz und Garten]?

§ 55.

Besondere Fälle.

1.	[2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.]
$x+y=12$	[357,	17,	$5\frac{1}{2}$,	13,	15,	—10,	—75,	—27,	—3,15].
$x-y=6$	[165,	8,	$4\frac{2}{3}$,	17,	21,	4,	24,	—3,	—1,7].

11.	[12.	13.	14.	15.]
$x+y=a$	[7a+5b,	$\frac{1}{3}(4r+5s)$,	—p,	—m].
$x-y=b$	[3a—b,	$\frac{1}{2}(3r—s)$,	q,	—n].

16. [17. 18. 19.] Die Zahl 75 [300, 40, a] so in zwei Teile zu teilen, daß der eine Teil um 7 [19, $1\frac{1}{2}$, b] größer ist als der andere.

20. [21. 22.] Bruder und Schwester sind zusammen

12 [25, $16\frac{2}{3}$] Jahre alt; der Bruder ist um 2 [6, $5\frac{1}{2}$] Jahre älter als die Schwester. Wie alt sind beide?

23. [24. 25.] Zwei Schüler erhalten zusammen 37 *M* [15 *fl*, 19,60 *fr*]; der eine um 7 *M* [4 *fl*, 5,70 *fr*] mehr als der andere. Wieviel erhalten beide?

$$\begin{array}{rcccl} & \mathbf{26.} & \mathbf{[27.} & \mathbf{28.} & \mathbf{29.} & \mathbf{30.} & \mathbf{31.]} \\ x+y=100 & [64, & -97, & 64, & -175, & 88 &]. \\ x:y=2:3 & [1:7, & 65:60, & 7:17, & 3\frac{1}{2}:4\frac{2}{3}, & 1,65:1,87]. \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccl} & \mathbf{32.} & \mathbf{[33.} & \mathbf{34.} & \mathbf{35.} & \mathbf{36.} & \mathbf{37.]} \\ x-y=15 & [410, & -23, & 76, & -17, & 60 &]. \\ x:y=5:2 & [11:1, & 63:35, & 23:11, & 8\frac{1}{4}:3\frac{2}{3}, & 0,187:0,153]. \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccl} & \mathbf{38.} & \mathbf{[39.} & \mathbf{40.} & \mathbf{41.]} \\ x+y= & 65 & [& 91, & -29, & 19 &]. \\ x:y=7:(-2) & [(-1):8, & 5\frac{1}{2}:(-3\frac{2}{3}), & (-1,48):(1,11)]. \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccl} & \mathbf{42.} & \mathbf{[43.} & \mathbf{44.} & \mathbf{45.} & \mathbf{46.]} \\ x-y=39 & [& 51, & -63, & 35, & 25 &]. \\ x:y=2:(-5) & [(-1):7, & 3:(-2), & (-3\frac{3}{8}):(2\frac{1}{4}), & (-13):(-17)]. \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccl} & \mathbf{47.} & \mathbf{[48.} & \mathbf{49.} & \mathbf{50.} & \mathbf{51.]} \\ x+y= & p & [7a+7b, & nr+n, & 25b^2-9a^2, & -a &]. \\ x:y=m:n & [& a:b, & r:1, & 3a:(-5b) & (-7p):13q]. \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccl} & \mathbf{52.} & \mathbf{[53.} & \mathbf{54.} & \mathbf{55.} & \mathbf{56.]} \\ x-y= & q & [13r-13s, & 7mn-m, & 75a^2-48b^2, & -a &]. \\ x:y=m:n & [& r:s, & 1:7n, & 5a:(-4b), & (-3p):5q]. \end{array}$$

57. [58. 59. 60. 61.] Die Zahl 168 [343, 531, 22, *p*] zu teilen nach dem Verhältnis 5:7 [18:24, $4\frac{1}{2}:3\frac{3}{5}$, 7:(-3), 2*r*:3*s*].

62. [63. 64. 65.] Eine Strecke von 143 *m* [17 *cm*, *a*, *p*] Länge zu teilen nach dem Verhältnis 4:9 [7:3, *m*:*n*, 3*r*:5*s*].

66. [67. 68. 69.] Ein Gewinn von 764 *M* [671 *fl*, 387 *fr*, *a M*] ist unter zwei Personen nach dem Verhältnis ihrer Kapitaleinlagen zu verteilen; *A* hat eingelegt 2500 *M* [9100 *fl*, 1170 *fr*, *m M*], *B* hat eingelegt 5500 *M* [6300 *fl*, 2080 *fr*, *n M*]. Wieviel erhält jeder?

70. [71. 72. 73.] Wasser und Weingeist sind gemischt nach dem Verhältnis 5:2 [3:7, 21:15, 2*r*:5*s*]. Wieviel Wasser und Weingeist ist darin, wenn die Gesamtmenge 630 *l* [589 *l*, 23,4 *l*, *a l*] beträgt?

74. [75. 76. 77.] Gold und Kupfer sind gemischt

nach dem Verhältnis $9:1$ [$3:1$, $5:2$, $m:n$]; wieviel Gold und wieviel Kupfer ist darin, wenn das Gewicht 27 g [$15,3\text{ g}$, 91 g , $a\text{ g}$] beträgt?

78. [79. 80. 81.] Gegeben eine Strecke $AB = 9\text{ cm}$ [7 m , 23 mm , a]; auf deren Verlängerung über B hinaus einen Punkt C zu suchen, so daß $AC:BC = 5:2$ [$4:3$, $3:1$, $m:n$] ist; AC und BC zu berechnen.

82. [83. 84. 85.] Ein Brunnen hat eine Zufluß- und eine Abflußröhre. Der Zufluß verhält sich zum Abfluß wie $3:2$ [$5:3$, $10:7$, $p:q$]. Wie groß ist der Zufluß, und wie groß der Abfluß, wenn der Inhalt des Brunnens 720 l [3100 l , 12900 l , $a\text{ l}$] beträgt?

86. [87. 88. 89. 90.] Meine Einnahmen verhalten sich zu meinen Ausgaben wie $10:9$ [$7:4$, $20:17$, $7:8$, $m:n$]; wie groß sind Einnahmen und Ausgaben, wenn der Überschuß 150 M [372 fl , 657 fr , -200 M , r] beträgt?

- | | |
|--|---|
| 91. $x:y = 3:2.$
$7x + 4y = 29.$ | 92. $9x - 17y = 5.$
$x:y = 2:1.$ |
| 93. $x:y = 3:4.$
$13x - 10y = -3.$ | 94. $4x = 3y.$
$11x - 8y = 5.$ |
| 95. $10x - 9y = 0.$
$5x + 7y = 345.$ | 96. $5x - 4y = -15.$
$4x - 3y = 0.$ |
| 97. $x:y = 3:(-2).$
$8x + 3y = 90.$ | 98. $x = -\frac{1}{3}y.$
$11x + 5y = 28.$ |
| 99. $7x + 5y = 0.$
$8x + 3y = 95.$ | 100. $9x + 5y = 92\text{ a.}$
$x:y = 2:1.$ |
| 101. $2x = 5y.$
$7x - 15y = 15\text{ m.}$ | 102. $5x + 7y = 0.$
$13x + 18y = n.$ |
| 103. $ax + by = c.$
$x:y = m:n.$ | 104. $px - qy = 0.$
$rx + sy = t.$ |
| 105. $7bx - 5ay = 2ab.$
$x:y = 3a:4b.$ | |

106. [107. 108. 109.] Das Verhältnis zweier Zahlen ist $4:9$ [$6:5$, $3:(-7)$, $p:q$]. Die fünffache [5 fache , 9 fache , $m\text{ fache}$] erste Zahl übertrifft die doppelte [4 fache , 2 fache , $n\text{ fache}$] zweite Zahl um 4 [$2,5$, 287 , d]. Welches sind die beiden Zahlen?

110. [111. 112.] Wasser und Weingeist [Gold und Kupfer, Silber und Blei] werden gemischt im Raumverhältnis

3 : 2 [5 : 1, 5 : 2]; das Gewicht der Mischung beträgt 88 *kg* [208 *g*, 360 *g*]. Wieviel von diesen Stoffen enthält die Mischung? (Gewicht von 1 *l* Wasser 1 *kg*, Weingeist 0,7 *kg* [Gewicht von 1 *ccm* Gold 19 *g*, Kupfer 9 *g*, Silber 10 *g*, Blei 11 *g*]).

113. [114.] Die Preise von Weizen und Korn [Gerste und Haber] verhalten sich wie 5 : 4 [7 : 5]. 650 *kg* Weizen und 750 *kg* Korn [800 *kg* Gerste und 900 *kg* Haber] kosten zusammen 500 *M* [505 *M*]. Welches war der Preis dieser Getreidesorten?

115. [116.] Unter 28 Knaben und 32 Mädchen [52 Männer und 35 Frauen] sollen 296 *M* [1530 *M*] so verteilt werden, daß die Anteile der Knaben und Mädchen [Männer und Frauen] sich wie 3 : 2 [10 : 7] verhalten.

117. [118.] Die Preise zweier Kaffeesorten [Theesorten] verhalten sich wie 7 : 9 [4 : 5]. Wir tauschen 50 *kg* [35 *kg*] der ersten Sorte gegen 40 *kg* [27 *kg*] der zweiten Sorte und zahlen dabei 2 *M* auf [erhalten 7 *M* zurück]. Welches waren die Preise?

119. [120.] Ein Postzug hat vor einem Eilzug einen Vorsprung von 20 *km* [14 *km*] Strecke und 50 [16] Minuten Zeit. Die stündlichen Geschwindigkeiten beider Züge verhalten sich wie 3 : 4 [7 : 9]. Welches sind diese Geschwindigkeiten, wenn der Eilzug den Postzug nach $4\frac{1}{2}$ [$2\frac{1}{3}$] Stunden einholt?

§ 56.

Für nachfolgende Gleichungen Wertesysteme der Unbekannten aufzusuchen:

$$\begin{array}{ll} 1. \quad 7x + 2y + 8z = 60. \\ \quad \quad 9x + 5y + 4z = 53. \end{array} \quad \begin{array}{l} 2. \quad 11x + 13y - 17z = 7. \\ \quad \quad 5x - 7y + 9z = 7. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 3. \quad 3x - 5y + 11z = 4. \\ \quad \quad 9x - 2y - 3z = 2. \end{array} \quad \begin{array}{l} 4. \quad 39x - 3y - 5z = 2. \\ \quad \quad 65x - 6y - 8z = 1. \end{array}$$

Aus nachfolgenden Gleichungen das Verhältniß der Unbekannten zu bestimmen:

$$\begin{array}{ll} 5. \quad 7x + 3y - 10z = 0. \\ \quad \quad 5x - 3y - 2z = 0. \end{array} \quad \begin{array}{l} 6. \quad -28x + 5y + 6z = 0. \\ \quad \quad x - 8y + 5z = 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 7. \quad 4x + 7y - 5z = 0. \\ \quad \quad 11x + 8y - 7z = 0. \end{array} \quad \begin{array}{l} 8. \quad 5x - 8y + 3z = 0. \\ \quad \quad 9x - 13y + 11z = 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 9. \quad 5x + 10y - 8z = 0. \\ \quad \quad 2x - 3y + z = 0. \end{array} \quad \begin{array}{l} 10. \quad 18x + 27y + 29z = 0. \\ \quad \quad 27x - 9y + 5z = 0. \end{array}$$

Will man nach Art der diophantischen Gleichungen (siehe § 49) die ganzzahligen Lösungen dieser Gleichungen finden, so verfähre man nach folgendem Muster:

$$\begin{cases} 4x + 3y + 2z = 20. \\ 5x + 2y + 3z = 22. \end{cases}$$

Durch Elimination von z ergibt sich

$$2x + 5y = 16.$$

Die diophantische Auflösung dieser Gleichung ergibt:

$$y = 2u, \quad x = 8 - 5u.$$

Dies eingesetzt in die erste (oder zweite) Gleichung ergibt eine Gleichung mit den Unbekannten z und u :

$$7u - z = 6.$$

Diese wird für die Unbekannte z diophantisch aufgelöst:

$$z = 7u - 6.$$

Für $u=0$ wird $x=8$, für $u=1$ wird $x=3$, u. s. w.

$$\begin{array}{ll} y=0, & y=2, \\ z=-6; & z=1; \end{array}$$

11. [12. 13. 14.] Zu den Gleichungen 1 bis 4 ganzzahlige Lösungen anzugeben.

§ 57 bis 59.

System von drei lineären Gleichungen mit drei Unbekannten Determinanten dritten Grades u. s. w.

$$\begin{cases} 1. \quad x + y = 12. \\ \quad \quad x + z = 17. \\ \quad \quad y + z = 15. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2. \quad x - y = 6. \\ \quad \quad x - z = 8. \\ \quad \quad y - z = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3. \quad x + z = -a. \\ \quad \quad y + z = a. \\ \quad \quad x + y = 28a. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4. \quad -y + z = -2n. \\ \quad \quad -x + z = -45n. \\ \quad \quad -x + y = -43n. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5. \quad 3x - 4y = -3. \\ \quad \quad 5x - 7z = 6. \\ \quad \quad 7y - 9z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6. \quad 2y + 3z = 24. \\ \quad \quad 5x - 3z = 6. \\ \quad \quad x + 2y = -18. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7. \quad 3x + 5z = 26p. \\ \quad \quad 4y - 11z = p. \\ \quad \quad 7x - 16y = p. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8. \quad 5x + 31z = 3r. \\ \quad \quad 2y - 11z = 2r. \\ \quad \quad 4x + 5y = 2r. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9. \quad x + y = a. \\ \quad \quad x + z = b. \\ \quad \quad y + z = c. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10. \quad ay + bz = p. \\ \quad \quad cx + dz = q. \\ \quad \quad ex + fy = r. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11. \quad 8x - 5y + 2z = 5. \\ \quad \quad 7x - 3y = -1. \\ \quad \quad 5x + 4y = 30. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12. \quad 5y + 4z = 29. \\ \quad \quad 7y - z = 1. \\ \quad \quad 9x + 11y - 2z = -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13. \quad 4x + 3z = 23a. \\ \quad \quad 7x + 4y + 2z = 12a. \\ \quad \quad 6x + 5z = 37a. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14. \quad x + y + z = m. \\ \quad \quad 2x + 3y = n. \\ \quad \quad 5x - 4y = p. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 3x + 5y + 7z = 26. \\ 5x - 2y + 4z = 15. \\ 13x - 15y = 9. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 9y - 17z = n. \\ 11x - 15y - 13z = n. \\ 22x + 7y - 2z = 100n. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} ax + by + cz = m. \\ dx + ey + fz = n. \\ x + y = s. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 7x - 4y + 6z = 32. \\ 9x - 4z = -2. \\ 5x + 6y - 5z = 3. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 11x - 13y + 15z = -a. \\ 13x - 15y + 5z = a. \\ 17x - 19y = 5a. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} y - z = d. \\ mnx + py - qz = a. \\ mrx - sy + tz = b. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 7x + 3y - 5z = 36. \\ 8x + 3y - 5z = 41. \\ 9x + 5y - 4z = 51. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 10x - 8y + 13z = 24. \\ 8x + 7y - 5z = 46. \\ -15x + 12y - 11z = -36. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 24x + 8y - 7z = 32. \\ 15x - 21y + 9z = -3. \\ 25x - 35y + 27z = 91. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 5x - 4y + 10z = 123. \\ 10x - 8y - 9z = 130. \\ 2x - 6y + 15z = 124. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} ax + by + cz = m. \\ dx + y + z = n. \\ ex - y - z = p. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} amx - any + rz = i. \\ -bmx + bny - sz = k. \\ cx + dy - tz = l. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 7x + 9y - 11z = 21. \\ x + z = 30. \\ y + z = 36. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x + y = 28. \\ 25x - 8y + 9z = 79. \\ y + z = 1. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x - y = 41. \\ x - z = 42. \\ 21x + 9y + 7z = 77. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x - z = 6. \\ 3x + 5y + 7z = 223. \\ x - y = 4. \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} 7x + 11y - 9z = -10. \\ y = 3x. \\ z = 5x. \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} x - 3y = 0. \\ 11x - 3y + 2z = 100. \\ 5y + z = 0. \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} y = \frac{3}{4}z. \\ x = \frac{2}{3}z. \\ 9x + 8y - 11z = 12. \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} x + 1\frac{1}{4}y = 0. \\ 4x + 3y - 7z = 250. \\ 1\frac{1}{2}y - z = 0. \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} z = 6x + 1. \\ y = 4x + 1. \\ 13x - 8y + 7z = 22. \end{cases}$$

$$36. \begin{cases} x - 5y = 1. \\ 8x + 11y - 6z = 8. \\ 10y - z = 3. \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} 10x - 7y + 5z = 24. \\ x = 2z - 1. \\ y = 3z - 2. \end{cases}$$

$$38. \begin{cases} x + 2z + 7 = 0. \\ y + 3z + 20 = 0. \\ 7x - 8y - 5z = 56. \end{cases}$$

$$39. \begin{cases} 6x - 9y - 8z = 51. \\ 2x + 5z = 4. \\ 3y + 7z = -9. \end{cases}$$

$$40. \begin{cases} 5x - 23y - 22 = 0. \\ 64y - 9z - 1 = 0. \\ 6x + 11y - 7z = 16. \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 41. \quad \left. \begin{array}{l} ax+by+cz = p. \\ x \quad \quad -mz = q. \\ y+nz = r. \end{array} \right\} \quad 42. \quad \left. \begin{array}{l} mx-2y \quad \quad = p. \\ ax-by-cz = q. \\ nx-3y \quad \quad = r. \end{array} \right\} \end{array}$$

$$43. \quad \left. \begin{array}{l} x+y \quad \quad = a+b+2c. \\ x \quad \quad -z = c-a. \\ 2x+3y+5z = 8a+7b+5c. \end{array} \right\}$$

$$44. \quad \left. \begin{array}{l} 5x+7y-9z = -20a+19b-40c. \\ x \quad \quad +2z = 6a \quad \quad -c. \\ 3y-z = \quad \quad \quad b-15c. \end{array} \right\}$$

45. [46. 47. 48.] Die Zahl 32 [36, 58, a] so in drei Teile zu teilen, daß der zweite Teil den 5fachen [2fachen, $1\frac{1}{3}$ fachen, mfachen] ersten Teil um 1 [3, 1, p] übertrifft, und daß der dritte Teil um 1 [7, 1, q] kleiner ist als der 10fache [5fache, $2\frac{1}{2}$ fache, nfache] erste Teil.

49. [50.] In der ersten Klasse eines Zuges fahren von dem Orte *A* bis zum Orte *B* um 3 [1] Personen weniger als die doppelte [$\frac{3}{5}$ fache] Personenzahl der zweiten Klasse, ferner in der dritten Klasse um 10 [3] Personen mehr als die 11fache [6fache] Personenzahl der zweiten Klasse. Die Fahrpreise sind I. Klasse 17 *M* [21 *fl.*], II. Klasse 13 *M* [16 *fl.*], III. Klasse 8 *M* [10 *fl.*]. Das Gesamterträgnis des Zuges ist 1379 *M* [2224 *fl.*]. Wieviel Personen fahren in jeder Klasse?

51. [52.] In einen Behälter münden zwei Zufluß- und eine Abflußröhre. Durch die erste Zuflußröhre fließen in der Minute um 6 *l* [10 *l*] mehr zu als das Doppelte [$1\frac{1}{2}$ fache] des Abflusses (in der Minute) beträgt; ferner fließen durch die zweite Zuflußröhre in der Minute um 5 *l* [10 *l*] weniger zu als das Dreifache [$2\frac{1}{3}$ fache] des Abflusses beträgt. Nachdem die erste Zuflußröhre 12 [8] Minuten, die zweite 9 [5] Minuten, die Abflußröhre 40 [15] Minuten offen war, ist der Inhalt des Behälters 137 *l* [238 *l*]. Wieviel fließt in der Minute durch jede einzelne Röhre?

$$\begin{array}{llll} 53. & [54. & 55. & 56.]: \\ x+y+z = 290 & [360, & -64, & a]. \\ x:y:z = 2:3:5 & [10:7:13, & 15:20:(-25), & m:n:r]. \\ 57. & [58. & 59. & 60.]: \\ x+y-z = 17 & [-105, & 13, & a]. \\ x:y:z = 8:5:12 & [63:35:(-49), & 2\frac{1}{2}:3\frac{1}{3}:5, & m:n:r]. \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} 61. & [62. & 63. & 64.]: \\ x-y-z=28 & [-34, & 42, & a] \\ x:y:z=17:8:5 & [4:(-9):11, & 7:(-2):(-3), & m:n:r]. \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} 65. & [66. & 67. & 68.]: \\ x+y+z=161 & [364, & -26, & a] \\ x:y=4:5 & [9:7, & 3:5, & m:n]. \\ x:z=3:5 & [4:3, & 7:(-10), & r:s]. \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} 69. & [70. & 71. & 72.] \\ x+y-z=169 & [87, & 335, & a] \\ x:y=2:3 & [5:4, & 2:3, & m:n]. \\ y:z=5:4 & [5:4, & 8:(-9), & r:s]. \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} 73. & [74. & 75. & 76.]: \\ x-y-z=23 & [-119, & 515, & a] \\ x:z=5:2 & [13:4, & 2:(-15), & m:n]. \\ y:z=7:5 & [5:6, & 7:12, & r:s]. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 77. & 9x+7y-5z=60. \\ & x:y:z=3:4:5. \end{array} \quad \begin{array}{ll} 78. & x:y:z=7:2:1. \\ & 8x-25y+4z=50. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 79. & 8x+7y+5z=126. \\ & x:y:z=5:(-4):6. \end{array} \quad \begin{array}{ll} 80. & 7x+3y-6z=20. \\ & x:y:z=9:(-5):(-2). \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 81. & ax+by+cz=m \\ & x:y:z=p:q:r. \end{array} \quad \begin{array}{ll} 82. & x:y:z=m:(-n):(-r). \\ & ax-by+cz=k. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 83. & x:y=2:3. \\ & x:z=3:5. \\ & 5x+2y-3z=54. \end{array} \quad \begin{array}{ll} 84. & 3x+2y-5z=325. \\ & 12x-7y=0. \\ & 19y+18z=0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 85. & x:z=5:6. \\ & y:z=7:8. \\ & 7x-6y+z=190. \end{array} \quad \begin{array}{ll} 86. & 15x+7z=0. \\ & 3x-y-5z=119. \\ & 20y+9z=0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 87. & ax+by+cz=p. \\ & x:y=m:n. \\ & x:z=r:s. \end{array} \quad \begin{array}{ll} 88. & my-nz=0. \\ & px-qy=0. \\ & ax-by-cz=r. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 89. & x:z=a:(-b). \\ & y:z=c:d. \\ & mx+ny-rz=s. \end{array} \quad \begin{array}{ll} 90. & ax-by+cz=g. \\ & mx+ny=0. \\ & rx+sz=0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 91. & 10x+15y-13z=0. \\ & 15x-25y+9z=0. \\ & 8x-5y+2z=55. \end{array} \quad \begin{array}{ll} 92. & 50x-78y+90z=0. \\ & 9x-4y+5z=88. \\ & 60x+31y-70z=0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 93. & 11x+3y+2z=33. \\ & 25x-8y+10z=0. \\ & 43x+10y+4z=0. \end{array} \quad \begin{array}{ll} 94. & ax+by+cz=0. \\ & mx+ny+rz=0. \\ & px+qy+sz=k. \end{array}$$

$$\begin{aligned} 95. \quad & 3cx + 5cy - (3a + 5b)z = 0. \\ & (7b - 6c)x - 7ay + 6az = 0. \\ & 5x + 8y + 7z = 15a + 24b + 21c. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 3cx + 5cy - (3a + 5b)z = 0. \\ (7b - 6c)x - 7ay + 6az = 0. \\ 5x + 8y + 7z = 15a + 24b + 21c. \end{aligned}} \right\}$$

$$\begin{aligned} 96. \quad & (10m + 6n)x - 5y - 2z = 0. \\ & (4m - 9n)x - 2y + 3z = 0. \\ & 8x + 7y - 10z = 56 + 98m - 210n. \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} (10m + 6n)x - 5y - 2z = 0. \\ (4m - 9n)x - 2y + 3z = 0. \\ 8x + 7y - 10z = 56 + 98m - 210n. \end{aligned}} \right\}$$

97. [98. 99.] Die Zahl 147 $[-23\frac{1}{2}, 15, p]$ so in drei Teile zu teilen, daß sich die Teile verhalten wie 5:7:9 [13:15:19, 12:(-14):7, a:b:c].

100. [101. 102. 103.] Drei Zahlen verhalten sich wie 8:5:2 [19:8:6, 14:(-9):3, p:q:r]; die erste übertrifft die Summe der beiden andern um 37 [41, -5, d]. Welches sind die drei Zahlen?

104. [105. 106. 107.] Drei Zahlen verhalten sich wie 9:7:5 [2:7:10, 8:5:(-1), a:b:c]; die doppelte [5 fache, $\frac{1}{2}$ fache, m fache] erste Zahl nebst der 4 fachen [3 fachen, $\frac{2}{5}$ fachen, n fachen] zweiten Zahl ist um 18 [7, 54, d] größer als die 8 fache [3 fache, 3 fache, r fache] dritte Zahl.

108. [109. 110. 111.] Ein Gewinn von 1900 M [3571 fl , 2600 fr , a] soll unter drei Geschäftsteilhaber nach Verhältnis ihrer Kapitaleinlagen verteilt werden. A hat eingelegt 1200 M [21000 fl , 5500 fr , p], B hat eingelegt 2000 M [30000 fl , 6500 fr , q], C hat eingelegt 4400 M [24000 fr , 4000 fr]. Wieviel erhält jeder?

112. [113. 114. 115.] Ein Unternehmer ist an drei Geschäften beteiligt; bei den zwei ersten gewinnt er, bei dem dritten verliert er. Die Gewinne bez. Verluste verhalten sich wie 7:5:3 [9:8:16, 5:4:11, m:n:r]. Im ganzen hat er 8100 M Gewinn [573 M Gewinn, 350 M Verlust, a M Gewinn]. Welches waren Gewinn und Verlust bei den einzelnen Geschäften?

116. [117.] Die Wochenlöhne von Zimmerleuten, Maurern und Trägern verhalten sich wie 7:6:4 [5:4:3]; es beträgt für 20 [18] Zimmerleute, 23 [25] Maurer und 17 [15] Träger der Gesamtwochenlohn 1038 M [940 M]. Welches sind die einzelnen Wochenlöhne?

118. [119.] Die Zinsfüße dreier Kapitalien verhalten sich wie 7:8:9 [8:10:15]. Die Kapitalien sind 9000 M [12000 fr], 7000 M [10000 fr], 6000 M [15000 fr]. Der

Gesamtertrag ist 865 M [2105 fr]. Welches sind die einzelnen Zinsfüße?

120. [121.] Die Fahrpreise dritter und zweiter Klasse verhalten sich wie 5 : 12 [2 : 3]; für Schnellzug (II. Klasse) wird ein Zuschlag von 25% [20%] berechnet. Ein Fahrchein für 400 km [550 km] III. Klasse, 300 km [350 km] II. Klasse und 100 km [200 km] Schnellzug kostet 71 M [57,40 M]. Welches sind die einzelnen Fahrpreise für das Kilometer?

122. [123.] Ich mache eine Reise teils zu Fuß, teils zu Wagen, teils mit der Bahn. Die (stündlichen) Geschwindigkeiten der Fußreise und der Wagenreise verhalten sich wie 3 : 8 [2 : 5], die der Wagenreise und der Bahnreise wie 3 : 8 [3 : 7]. Nachdem ich 10 [$3\frac{1}{2}$] Stunden zu Fuß, 8 [$4\frac{2}{5}$] Stunden zu Wagen und $4\frac{1}{2}$ [3] Stunden mit der Bahn gereist bin, übertrifft die Bahnstrecke die Fuß- und Wagenstrecke zusammen um 3 km [18 km]. Welches waren die stündlichen Geschwindigkeiten?

124. [125.] Gold, Silber und Kupfer [Zinn, Nickel und Blei] werden gemischt in dem Raumverhältnis 5 : 3 : 2 [7 : 8 : 11]; das Gewicht der Mischung beträgt 715 g [9,36 kg]. Wieviel von diesen Stoffen ist darin enthalten? (1 ccm Gold wiegt 19 g , Silber 10 g , Kupfer 9 g [Zinn 7 g , Nickel 8 g , Blei 11 g]).

$$\begin{array}{l} 126. \quad \left. \begin{array}{l} 7x + 6y + 5z = 81. \\ 3x + 4y + 5z = 59. \\ 2x + 3y - 5z = -9. \end{array} \right\} \quad 127. \quad \left. \begin{array}{l} 4x - 3y + 2z = 7. \\ 5x + 3y - 4z = -43. \\ 2x - 3y + 5z = 38. \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 128. \quad \left. \begin{array}{l} 5x + 4y - 9z = 25. \\ 5x + 7y + 9z = 124. \\ -10x + 6y - 3z = -8. \end{array} \right\} \quad 129. \quad \left. \begin{array}{l} -10x + 7y + 2z = -16. \\ 7x - 7y - 6z = 56. \\ -9x + 14y + 2z = -62. \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 130. \quad \left. \begin{array}{l} x - y + 2z = 13. \\ 2x + 5y - 5z = 5. \\ 3x - 7y + 9z = 36. \end{array} \right\} \quad 131. \quad \left. \begin{array}{l} 5x + 4y - 3z = -32. \\ 10x - 5y - 9z = -26. \\ 20x - 3y + 15z = 210. \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 132. \quad \left. \begin{array}{l} 6x - 9y + 2z = -61. \\ 7x + 7y - 10z = 66. \\ 8x - y - 16z = -137. \end{array} \right\} \quad 133. \quad \left. \begin{array}{l} 7x + 3y - 5z = 51. \\ x - 4y + 2z = 24. \\ -10x + 7y - 9z = -97. \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 134. \quad \left. \begin{array}{l} 3x - 2y + 5z = 35. \\ 7x + 6y - 4z = 83. \\ 11x - 10y + 3z = 51. \end{array} \right\} \quad 135. \quad \left. \begin{array}{l} 2x - 7y + 5z = -44. \\ 9x + 3y - 20z = -169. \\ -13x + 4y - 30z = 8. \end{array} \right\} \end{array}$$

136. $\begin{cases} 5x - 8y + 15z = 68. \\ 8x + 12y + 25z = 214. \\ 9x - 15y - 21z = -168. \end{cases}$
137. $\begin{cases} 9x + 5y - 21z = -73. \\ -12x - 11y + 14z = 105. \\ -15x + 4y - 30z = -5. \end{cases}$ 138. $\begin{cases} 70x + 9y - 60z = 40. \\ 49x + 2y - 24z = 147. \\ 30x - 7y + 36z = 464. \end{cases}$
139. $\begin{cases} 20x + 6y + 5z = 199. \\ -24x + 5y - 6z = -373. \\ 35x + 7y + 8z = 392. \end{cases}$
140. $\begin{cases} 13x + 21y - 11z = 160. \\ 17x - 15y - 13z = -166. \\ 19x + 35y - 23z = 238. \end{cases}$
141. $\begin{cases} 5x - 9y - 6z = -54. \\ 7x + 5y - 10z = 54. \\ -3x + 8y - 15z = 125. \end{cases}$
142. $\begin{cases} x + y + z = a. \\ mx + ny + rz = b. \\ px + qy + sz = c. \end{cases}$ 143. $\begin{cases} x + y - z = a. \\ mx + ny - rz = b. \\ px - qy + sz = c. \end{cases}$
144. $\begin{cases} ax + by + z = i. \\ cx - dy - z = k. \\ ex + fy + z = l. \end{cases}$ 145. $\begin{cases} ax + by + nz = 1. \\ cx - dy + nz = 1. \\ ex + fy - nz = 1. \end{cases}$
146. $\begin{cases} x + y + z = a + b + c. \\ bcx - acy + abz = 3abc. \\ ax + by + cz = a^2 + b^2 + c^2. \end{cases}$
147. $\begin{cases} x - y - z = -2a. \\ ax - by - cz = -2bc. \\ (b - c)x + (c - a)y - (a - b)z = 2(b^2 - a^2). \end{cases}$
148. $\begin{cases} x + y - z = 1. \\ ax + by - bz = a. \\ cx - dy + dz = c. \end{cases}$
149. $\begin{cases} x + y - z = 2(b - a). \\ ax - by - cz = 2a(b - c). \\ (b + c)x - (c + a)y + (a - b)z = 2(a^2 - c^2). \end{cases}$
-
150. $\begin{cases} 7x + 5y + 6z = 17. \\ 9x + 4y + 5z = 14. \\ 2x + 3y + 7z = 17. \end{cases}$ 151. $\begin{cases} 2x + 11y - 7z = -3. \\ 9x - 7y + 5z = 23. \\ -5x + 6y + 3z = -7. \end{cases}$
152. $\begin{cases} 4x - 6y - 5z = 6. \\ -3x + 7y - 2z = -2. \\ -5x - 5y + 9z = -20. \end{cases}$ 153. $\begin{cases} 8x + 7y + 2z = 17. \\ 5x + 6y - 9z = 2. \\ 3x - 5y - 7z = -9. \end{cases}$

$$154. \begin{cases} 6x - 5y - 4z = -2. \\ 7x - 7y - 3z = -3. \\ 11x + 9y + 7z = 47. \end{cases} \quad 155. \begin{cases} 6x + 2y - 3z = 21. \\ 11x + 9y - 8z = 52. \\ 7x + 5y - 11z = 25. \end{cases}$$

$$156. \begin{cases} 3x - 5y + 7z = 10. \\ 5x - 7y + 11z = 18. \\ 7x - 9y + 13z = 22. \end{cases} \quad 157. \begin{cases} -5x - 7y + 11z = -3. \\ -8x + 10y - 14z = -36. \\ 11x - 13y - 17z = -57. \end{cases}$$

$$158. \begin{cases} 2x - 5y + 8z = 25. \\ -3x + 6y - 9z = -30. \\ 4x - 7y + 10z = 35. \end{cases} \quad 159. \begin{cases} -5x + 7y - 9z = -46. \\ 7x - 5y + 11z = 50. \\ -9x + 11y - 5z = -46. \end{cases}$$

$$160. \begin{cases} 2x + 3y + 5z = -38. \\ 3x - 2y - 7z = 56. \\ 5x - 7y - 2z = 50. \end{cases} \quad 161. \begin{cases} 3x + 5y + 7z = 67. \\ 4x + 7y + 10z = 93. \\ 5x + 9y + 13z = 119. \end{cases}$$

$$162. \begin{cases} ax + by + cz = m. \\ dx + ey + fz = n. \\ gx + hy + iz = p. \end{cases} \quad 163. \begin{cases} ax + dy - gz = 1. \\ bx - ey + hz = 1. \\ -cx + fy + iz = 1. \end{cases}$$

$$164. \begin{cases} ax + by + cz = m. \\ bx + dy + ez = m. \\ cx + ey + fz = m. \end{cases} \quad 165. \begin{cases} ax + by - cz = n. \\ -bx + dy + ez = n. \\ cx - ey + fz = n. \end{cases}$$

$$166. \begin{cases} -3x + 5y + 7z = 15a - b - 5c. \\ 11x - 2y + 6z = -7a + 19b + 3c. \\ 8x + 9y - 11z = -10a - 12b + 28c. \end{cases}$$

$$167. \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - \frac{1}{9}z = 9. \\ \frac{2}{3}x - \frac{3}{5}y + \frac{5}{6}z = 14. \\ -\frac{3}{4}x + \frac{2}{3}y + \frac{2}{3}z = 13. \end{cases} \quad 168. \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y + \frac{4}{5}z = 99. \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y + \frac{4}{7}z = 81. \\ \frac{4}{5}x + \frac{4}{7}y + \frac{1}{2}z = 83. \end{cases}$$

$$169. \begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{4}{5}y + \frac{2}{3}z = 45. \\ \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y + \frac{5}{6}z = 16. \\ \frac{4}{3}x + 1,3y - 1\frac{1}{5}z = 6. \end{cases} \quad 170. \begin{cases} 1\frac{3}{4}x + 2\frac{1}{2}y - \frac{5}{6}z = 134. \\ 2\frac{2}{3}x - 1\frac{3}{8}y + \frac{4}{9}z = 100. \\ 1\frac{1}{8}x - 1\frac{1}{4}y - \frac{1}{2}z = -4. \end{cases}$$

$$171. \begin{cases} \frac{7x-5}{2} + \frac{5y-2}{3} - \frac{3z+2}{5} = 1. \\ \frac{5x+1}{6} - \frac{7y+3}{10} + \frac{8z+7}{15} = 1. \\ 3x + 7y - 9z = 1. \end{cases}$$

$$172. \begin{cases} \frac{7y+3z+2}{6} - \frac{2x+5z-3}{4} - \frac{5x-4y+2}{3} = 0. \\ -\frac{5x+z-1}{5} + \frac{5x+2y-1}{3} - \frac{7y+9z-1}{15} = 0. \\ -\frac{2x-3y+5}{4} - \frac{3y+4z-2}{5} + \frac{9x+5z+6}{10} = 0. \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
 173. \quad \left. \begin{array}{l}
 \frac{3x+y+5z}{2} + \frac{10x-7y-6z}{3} - \frac{x+3y-2z}{4} = 2. \\
 \frac{2x+4y-5z}{2} - \frac{7x+3y-4z}{5} + \frac{9x+y-z}{10} = 2. \\
 -\frac{5x+3y-z}{4} + \frac{4x+6y+3z}{5} + \frac{7x+5y-4z}{6} = 2.
 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

174. [175.] Drei Bauern fahren zur Schranne; der erste löst für 7 [8] *hl* Weizen, 4 [9] *hl* Korn und 8 [4] *hl* Gerste 225 *M* [140 *fl*]; der zweite löst für 6 [7] *hl* Weizen, 9 [8] *hl* Korn und 4 [3] *hl* Gerste 234 *M* [121 *fl*]; der dritte löst für 5 [9] *hl* Weizen, 8 [4] *hl* Korn und 3 [5] *hl* Gerste 198 *M* [111 *fl*]. Welches waren die Preise dieser Getreidesorten?

176. [177.] Drei Gäste haben verbraucht: der erste 2 [4] Flaschen Pfälzerwein, 3 [5] Flaschen Rheinwein und 2 [2] Flaschen Champagner; der zweite 3 [6] Flaschen Pfälzerwein, 2 [3] Flaschen Rheinwein und 3 [5] Flaschen Champagner; der dritte 5 [5] Flaschen Pfälzerwein, 4 [4] Flaschen Rheinwein und 4 [7] Flaschen Champagner. Die Rechnungen betragen: für den ersten Gast 27 *M* [42 *M*], für den zweiten 33 *M* [68,60 *M*], für den dritten 50 *M* [90,30 *M*]. Welches waren die Preise dieser Weinsorten?

178. [179.] Ein Wasserbehälter hat zwei Zufluß- und eine Abflußröhre. Nachdem die erste Zuflußröhre 25 [42] Minuten, die zweite 30 [45] Minuten und die Abflußröhre 32 [40] Minuten offen gewesen, waren 300 *l* [26,1 *hl*] in dem Behälter; ein andermal war die erste Zuflußröhre 24 [46] Minuten, die zweite 35 [55] Minuten und die Abflußröhre 36 [56] Minuten offen, und es waren 210 *l* [23,10 *hl*] in dem Behälter; ein drittesmal war die erste Zuflußröhre 30 [38] Minuten, die zweite 40 [65] Minuten und die Abflußröhre 44 [52] Minuten offen, und es waren 200 *l* [27,3 *hl*] in dem Behälter. Welches war der Zufluß bez. Abfluß durch jede einzelne Röhre?

$$\begin{array}{ll}
 180. \quad \left. \begin{array}{l}
 x+y+z = 45. \\
 x+y+u = 47. \\
 x+z+u = 49. \\
 y+z+u = 51.
 \end{array} \right\} & 181. \quad \left. \begin{array}{l}
 y+z-u = 11. \\
 x+z-u = 13. \\
 x+y-u = 15. \\
 x+y-z = 13.
 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 182. \quad \left. \begin{array}{l} 2x + 3y + 4z = 20. \\ 5x + 4y + 3u = 25. \\ 7x + 5z + 4u = 38. \\ 6y + 7z + 5u = 53. \end{array} \right\} \quad 183. \quad \left. \begin{array}{l} 5x + 4y + 7z + 9u = 34. \\ 11x - 7y + 8z - 5u = 11. \\ x + 7z = 9. \\ y - 8u = -6. \end{array} \right\}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 184. \quad \left. \begin{array}{l} z + 4u = 11. \\ y + 5z = 19. \\ x + 7y = 33. \\ x + y + z + u = 14. \end{array} \right\} \quad 185. \quad \left. \begin{array}{l} 13x + 15y + 5z - 3u = 60. \\ 7x - 9y - 6z + 7u = -2. \\ 8x + 11y - 5z + 3u = 34. \\ 5x - 8y - 6z + 7u = -4. \end{array} \right\}
 \end{array}$$

$$186. \quad \left. \begin{array}{l} 7x + 3y - 2z + u = 25. \\ 9x + 6y - 4z + 2u = 35. \\ 11x - 9y + 6z - 3u = 21. \\ 13x - 15y + 10z - 5u = 19. \end{array} \right\}$$

$$187. \quad \left. \begin{array}{l} 5x + y + 6z - u = 11. \\ 7x + 5y - 5z - 5u = 2. \\ 9x + 6y + 7z - 4u = 18. \\ 4x - 9y - 3z + 6u = -2. \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l}
 188. \quad [189. \quad 190.] \\
 x : y : z : u = 2 : 5 : 7 : 10 \quad [9 : (-5) : 7 : (-3), \quad m : n : p : q]. \\
 x + y + z + u = 24 \quad [44, \quad a]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 191. \quad [192. \quad 193.] \\
 x : y : z : u = 5 : 4 : 9 : 7 \quad [7 : (-2) : (-5) : 11, \quad m : n : p : q]. \\
 x + y - z + u = 35 \quad [121, \quad a]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 194. \quad [195. \quad 196.] \\
 x : y : z = 2 : 3 : 5 \quad [4 : (-3) : 10, \quad m : n : p] \\
 z : u = 2 : 7 \quad [15 : 11, \quad q : r] \\
 x + y + z + u = 275 \quad [77, \quad a]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 197. \quad [198. \quad 199.] \\
 x : y = 2 : 3. \quad [3 : 4, \quad m : n] \\
 y : z = 6 : 7. \quad [6 : (-5), \quad p : q] \\
 z : u = 14 : 15 \quad [10 : (-11), \quad r : s] \\
 x + y + z + u = 49 \quad [275, \quad a]
 \end{array}$$

$$200. \quad \left. \begin{array}{l} 2x + 3y + 4z + 5u = 14. \\ 3x + 4y + 5z - 6u = 6. \\ 4x + 5y - 6z - 2u = 1. \\ 10x - 6y - 2z - u = 1. \end{array} \right\}$$

$$201. \quad \left. \begin{array}{l} x + 2y + 3z + 4z = 30. \\ 2x + 3y + 4z + 5z = 40. \\ 3x + 4y + 5z + 6u = 50. \\ 4x + 5y + 6z + 7u = 60. \end{array} \right\}$$

$$202. \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z + d_1u = r_1. \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2u = r_2. \\ a_3x + b_3y + c_3z + d_3u = r_3. \\ a_4x + b_4y + c_4z + d_4u = r_4. \end{cases}$$

$$203. \begin{cases} ax + by + cz + du = a + b. \\ ex - fy + gz - hu = e - f. \\ 3ax + 5by + 2cz - 3du = 3a + 5b. \\ 4ex - 3fy - 2gz + hu = 4e - 3f. \end{cases}$$

204.

[205.]

$$\begin{aligned} x : y : z : u : v &= 2 : 3 : 5 : 7 : 9 \quad [5 : (-4) : 7 : (-3) : (-2)] \\ x + y + z + u + v &= 26 \quad [39] \end{aligned}$$

$$206. \begin{cases} u - 2v = 1. \\ z - 3u + v = 3. \\ y - 2z + 2u - 5v = 6. \\ x - 2y + 3z - 6u - 15v = 1. \\ x + y + z + u + v = 97. \end{cases} \quad 207. \begin{cases} 7x - y = 2. \\ 2y - z = 3. \\ 2z - u = 1. \\ 2u - v = 1. \\ x + 2y + 3z + 4u + 5v = 209. \end{cases}$$

208.

[209.]

$$\begin{aligned} x : y &= 2 : 3 \quad [1 : (-2)] \\ y : z &= 4 : 5 \quad [4 : (-5)] \\ z : u &= 6 : 7 \quad [10 : (-7)] \\ u : v &= 8 : 9 \quad [14 : (-11)] \\ x + y + z + u + v &= 1155 \quad [90] \end{aligned}$$

Anhang.

Potenzen mit ganzen absoluten Exponenten.

§ 63.

Potenz eines Produktes.

1. $(ab)^5$. 2. $(ik)^{10}$. 3. $(xyz)^4$. 4. $(pqrst)^n$.
5. $(mn)^{3x}$. 6. $(uvw)^{mn}$. 7. $(mnpq)^{5r}$.
8. $(2a)^2$. 9. $(3p)^2$. 10. $(7x)^2$. 11. $(5uv)^2$.
12. $(13mn)^2$. 13. $(4b)^3$. 14. $(6xz)^3$. 15. $(10mnx)^3$.
16. $(2x)^4$. 17. $(5yz)^4$. 18. $(10ab)^5$. 19. $(2uvw)^6$.
20. $(20)^2 = (2 \cdot 10)^2$ u. s. w. Ebenso 21. 70^2 .
22. 130^2 . 23. 150^2 . 24. 300^2 . 25. 1100^2 . 26. 5000^2 .
27. 40^3 . 28. 50^3 . 29. 200^3 . 30. 1100^3 .
31. $(30a)^2$. 32. $(40ab)^2$. 33. $(500xyz)^2$.
34. $(50m)^3$. 35. $(120uv)^3$. 36. $(20p)^5$.
37. $(2x)^n$. 38. $(9z)^m$. 39. $(4uv)^p$. 40. $(2w)^{3x}$.
41. $(5rst)^{4y}$.

§ 64.

Potenz eines Quotienten.

1. $\left(\frac{a}{b}\right)^4$. 2. $\left(\frac{f}{g}\right)^7$. 3. $\left(\frac{x}{y}\right)^{10}$. 4. $\left(\frac{u}{v}\right)^n$.
5. $\left(\frac{p}{q}\right)^{3x}$. 6. $\left(\frac{ab}{c}\right)^2$. 7. $\left(\frac{x}{yz}\right)^3$. 8. $\left(\frac{mn}{pq}\right)^r$. 9. $\left(\frac{abc}{ikl}\right)^x$.
10. $\left(\frac{1}{2}\right)^2$. 11. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$. 12. $\left(\frac{1}{2}\right)^4$. 13. $\left(\frac{1}{2}\right)^5$. 14. $\left(\frac{1}{3}\right)^2$.
15. $\left(\frac{1}{3}\right)^3$. 16. $\left(\frac{1}{4}\right)^2$. 17. $\left(\frac{1}{5}\right)^2$. 18. $\left(\frac{1}{5}\right)^3$. 19. $\left(\frac{1}{6}\right)^2$. 20. $\left(\frac{1}{8}\right)^2$.

21. $0,1^2$. 22. $0,1^3$. 23. $0,1^4$. 24. $0,1^6$. 25. $0,01^2$.
 26. $0,01^3$. 27. $0,001^2$.

28. $(\frac{2}{3})^2$. 29. $(\frac{3}{4})^2$. 30. $(\frac{4}{5})^2$. 31. $(\frac{5}{6})^2$. 32. $0,3^2$.
 33. $0,7^2$. 34. $0,05^2$. 35. $0,13^2$. 36. $(\frac{3}{2})^2$. 37. $(1\frac{1}{3})^2$.
 38. $(\frac{7}{4})^2$. 39. $(2\frac{1}{4})^2$. 40. $(\frac{9}{5})^2$. 41. $(3\frac{1}{5})^2$. 42. $1,2^2$.
 43. $1,9^2$. 44. $2,7^2$. 45. $1,37^2$.

46. $(\frac{2}{3})^3$. 47. $(\frac{3}{4})^3$. 48. $(\frac{4}{5})^3$. 49. $0,2^3$. 50. $0,5^3$.
 51. $0,04^3$. 52. $0,09^3$. 53. $0,11^3$. 54. $(\frac{3}{2})^3$. 55. $(2\frac{1}{2})^3$.
 56. $(\frac{5}{3})^3$. 57. $(2\frac{2}{3})^3$. 58. $1,2^3$. 59. $(\frac{5}{3})^4$. 60. $0,2^4$.

61. $(\frac{a}{2})^2$. 62. $(\frac{x}{4})^2$. 63. $(\frac{2}{3}y)^2$. 64. $(0,5uv)^2$.

65. $(1,4\frac{m}{n})^2$. 66. $(\frac{r}{2})^3$. 67. $(\frac{4}{5}s)^3$. 68. $(0,2\frac{x}{y})^3$.

69. $(\frac{2}{b})^4$. 70. $(\frac{2a}{5b})^3$. 71. $(\frac{7}{xy})^2$. 72. $(\frac{2}{5} \cdot \frac{xy}{z})^2$.

73. $(\frac{4ab}{5c})^3$. 74. $(\frac{9x}{4yz})^2$. 75. $(1,3\frac{pq}{2})^2$.

76. $(\frac{1}{2})^n$. 77. $(\frac{1}{3})^{2m}$. 78. $(\frac{2}{3})^p$. 79. $(\frac{3a}{5b})^x$.

80. $(0,3\frac{xy}{uv})^z$.

81. $(\frac{2x}{3y} \cdot \frac{5u}{v})^2$. 82. $(\frac{5ab}{3c})^3 \cdot (\frac{1}{2}d)^4$.

83. $(\frac{4m}{3n} : \frac{5p}{r})^3$. 84. $(\frac{7x}{5y} : 0,3z)^2$. 85. $(\frac{2p \cdot 5q}{4 \cdot 3r})^3$.

86. $(\frac{7m:n}{4p:5q})^2$. 87. $\frac{(9x)^2 \cdot (5y)^3}{(7z)^2}$. 88. $(\frac{2ab}{3p})^3 : (\frac{4c}{5q})^2$.

§ 65.

Produkt von Potenzen mit gleichen Exponenten.

1. $a^7 b^7$. 2. $x^5 y^5 z^5$. 3. $u^n v^n$. 4. $p^{2m} q^{2m} r^{2m} s^{2m}$.
 5. $4a^2$. 6. $25y^2$. 7. $8p^3 z^3$. 8. $125x^3 y^3 z^3$.
 9. $64a^6 b^6$.

10. $2^2 \cdot 5^2$. 11. $2^3 \cdot 5^3$. 12. $2^5 \cdot 5^5$. 13. $6^2 \cdot 5^2$.
 14. $2^3 \cdot 45^3$. 15. $4^2 \cdot 25^2$. 16. $2^3 \cdot 50^3$. 17. $16^3 \cdot 25^3$.

18. $40^2 \cdot 50^2$. 19. $16 \cdot 25$. 20. $49 \cdot 81$. 21. $8 \cdot 125$.
 22. $16 \cdot 625$. 23. $64 \cdot 15625$.
 24. $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$. 25. $7^2 \cdot 4^2 \cdot 25^2$. 26. $16 \cdot 25 \cdot 81$.
 27. $144 \cdot 81 \cdot 25$. 28. $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$. 29. $8 \cdot 27 \cdot 125$.

§ 66.

Quotient von Potenzen mit gleichen Exponenten.

1. $\frac{a^4}{b^4}$. 2. $\frac{x^7}{y^7}$. 3. $\frac{u^n}{v^n}$. 4. $\frac{a^3 b^3}{c^3}$. 5. $\frac{u^n v^n}{w^n}$.
 6. $\frac{4a^2}{b^2}$. 7. $\frac{c^2}{25d^2}$. 8. $0,09x^2$. 9. $\frac{49m^2}{25n^2}$.
 10. $\frac{8p^3}{125q^3r^3}$.
 11. $9^3 : 3^3$. 12. $12^5 : 6^5$. 13. $24^2 : 8^2$. 14. $5^3 : 15^3$.
 15. $\frac{21^2}{147^2}$. 16. $\frac{30^6}{3^6}$. 17. $\frac{14^3}{21^3}$. 18. $\frac{144}{36}$. 19. $\frac{400}{25}$.
 20. $\frac{16 \cdot 9}{36}$. 21. $\frac{15^2}{9 \cdot 25}$. 22. $\frac{8^3 \cdot 125}{64 \cdot 27}$.

§ 67.

Produkt von Potenzen mit gleichen Dignanden.

1. $a^5 \cdot a^2$. 2. $x^7 \cdot x^3$. 3. $u^4 \cdot (-u^3)$. 4. $2^3 \cdot 2^2$.
 5. $5^4 \cdot 5^3$. 6. $(-10^5) \cdot (-10^3)$. 7. $a^4 \cdot a^3 \cdot a^2$. 8. $x^6 \cdot (-x^4) \cdot x^3$.
 9. $y^7 \cdot (-y^2) \cdot y^4 \cdot (-y^5)$. 10. $a^2 \cdot a^2$. 11. $x^7 \cdot x^7$.
 12. $5^3 \cdot (-5^3)$. 13. $2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2$.
 14. $a^m \cdot a^n$. 15. $b^x \cdot b^y$. 16. $a^3 \cdot (-a^n)$. 17. $q^m \cdot q^5$.
 18. $(-2^r) \cdot (-2^s)$. 19. $a^p \cdot a^q \cdot a^s$. 20. $x^4 \cdot (-x^u) \cdot (-x^v)$.
 21. $a^{2n} \cdot a^n$. 22. $(-c^{3i}) \cdot c^{2i}$. 23. $4^{3y} \cdot 4^{5y}$. 24. $a^{3x} \cdot a^y$.
 25. $p^{4r} \cdot p^{2s} \cdot p^{5r}$. 26. $(-q^{7x}) \cdot q^{4y} \cdot (-q^{2y}) \cdot q^x$.
 27. $2a^3 \cdot a^2$. 28. $5a^4 b^2 \cdot 3b^2$.
 29. $(-7a^3 b^2 c^4) \cdot (-5a^2 b^3 c^5)$. 30. $3x^3 y^2 \cdot 5x^4 y^5 \cdot 4x^7 y^9$.
 31. $3u^3 v^4 \cdot (-4v^5 w^6) \cdot (-5w^2 u^3)$. 32. $nx^3 \cdot mx^5$.
 33. $px^2 y^3 \cdot qx^3 z^4 \cdot ry^2 z^5$. 34. $a^m b^n \cdot a^r b^s$.
 35. $3a^x b^y c^z \cdot (-5a^{2x} b^{5y} c^{4z}) \cdot 2a^{4x} b^{3y} c^z$.
 36. $b^{m+n} \cdot b^{m-n}$. 37. $u^{2r+3s} \cdot u^{4r-5s}$.

$$38. (-w^{1+7x}) \cdot w^{2x-5}.$$

$$39. 2a^{3m-2n}b^{5p+4q}c^{r-2s} \cdot 3a^{m-2n}b^{2p-5q}c^{r+2s}.$$

$$40. 4ax^{2m+3}y^{4p-5} \cdot (-5bx^{5-n}z^{4r+3}) \cdot 7cy^{5+3q}z^{5s-4r}.$$

§ 68.

Quotient von Potenzen mit gleichen Dignanden.

1. $a^{10}:a^2$. 2. $x^5:x^3$. 3. $(-m^8):m^5$. 4. $2^5:2^2$.
5. $5^4:(-5^2)$. 6. $\frac{-10^8}{-10^4}$. 7. $\frac{x^{16}}{x^5}$. 8. $\frac{a^4 \cdot a^2}{a^3}$. 9. $\frac{x^5 \cdot (-x^4)}{x^7}$.
10. $\frac{p^{12}}{p^5 \cdot p^4}$. 11. $\frac{a^3 \cdot (-a^{11})}{(-a^5) \cdot a^5}$.
12. $a^m:a^n$. 13. $b^u:b^v$. 14. $c^5:(-c^r)$. 15. $w^x:w^5$.
16. $(-2^n):(-2^m)$. 17. $\frac{a^x \cdot a^y}{a^z}$. 18. $\frac{b^u \cdot (-b^v)}{b^w \cdot (-b^3)}$. 19. $\frac{a^{11m}}{a^{7m}}$.
20. $\frac{-r^{3x}}{-r^{2x}}$. 21. $\frac{p^{5z} \cdot p^{3z}}{p^{4z} \cdot p^{2z}}$.
22. $5a^4:a^2$. 23. $9a^5b^6:3a^2b^4$.
24. $(-27x^8y^{10}z^{12}:54x^4y^8z^3)$. 25. $\frac{-15a^7b^4c^9}{-5a^5b^2c^3}$. 26. $\frac{20x^p}{30x^q}$.
27. $\frac{75x^ry^{2s}}{125x^ty^s}$. 28. $\frac{3a^{5n}b^{7r}}{-21a^{4n}b^{5r}}$. 29. $\frac{24a^{3x}b^{5y}c^{7z}u^m}{36a^{2x}b^{3y}c^{4z}v^n}$.
30. $\frac{15a^{4m}b^{2n} \cdot 16a^{5m}c^4 \cdot (-7b^{5n}c^8)}{-280a^{2m}b^{4n}c^{10}}$.
31. $a^{m+n}:a^{m-n}$. 32. $r^{3x+2y}:r^{x-y}$.
33. $5t^{2u-v}:(-4t^{u-v})$. 34. $\frac{9a^{5x+2y}}{-12a^{3x+4y}}$.
35. $\frac{-mb^{2p-q}}{-nb^{p+q}}$. 36. $\frac{5x^{4a+3b}}{5x^{3a-2b}}$.
37. $\frac{x^{5a+3b}y^{4c-5d}}{x^{2a-4b}y^{3c+2d}}$. 38. $\frac{u^{m+n}v^{p-q} \cdot (-w^{7+r})}{u^{m-n} \cdot (-v^{q-p}) \cdot w^{5+r}}$.
39. $\frac{2a^{3x+1}b^{5y-4} \cdot (-3b^{7y-2}c^{3z-5}) \cdot 5a^{5x-4}c^{9z-2}}{-60a^{7x-2}b^{10y-8}c^{11z-7}}$.
40. $\frac{45x^{3m+5}y^{4n-2} \cdot 16z^{8-2r}u^x}{8x^{2m+3}y^{n+7} \cdot 9x^mz^{5+r} \cdot 25y^{3n-12}z^{3-5r}}$.
41. $a^{10} \cdot \frac{a^5}{a^3}$. 42. $x^9 \cdot \frac{x^2}{x^5}$. 43. $\frac{m^{10}}{m^4} \cdot \frac{m^5}{m^2}$.

$$44. \frac{a^7 b^6}{c^5 d^2} \cdot \frac{c^8 d^9}{a^4 b^3} \quad 45. a^7 : \frac{a^5}{a^2} \quad 46. a^7 : \frac{a^2}{a^5} \quad 47. \frac{m^9}{m^4} : \frac{m^{10}}{m^8}.$$

$$48. \frac{7 a^4 b^9}{4 a^2 b^6} \cdot \frac{8 a^3 b^2}{21 a^2 b^3} \quad 49. \frac{12 u^5 v^7}{-5 u^4 v^2} : \frac{-6 u^3 v^8}{25 u^5 v^6}.$$

$$50. \frac{2 a^3 b^{10}}{9 c^4} \cdot \frac{a^2 c^{12}}{4 b^3} : \frac{b^3 c^6}{3 a^4} \quad 51. 15 a^8 b^7 c^{10} : \frac{20 a^5 b^4 c^5}{4 a^2 b^2 c^7}.$$

$$52. \frac{9 x^5 y^{10}}{25 z^3} : \frac{-y^4}{3 x^3 z^9} \cdot \frac{5 y^5 z^5}{-7 x^4} : \frac{21 x^2 y^7}{z^2}.$$

$$53. \frac{-5 a^{u+2v}}{12 b^{2p}} : \frac{15 c^{3r}}{-b^{5p}} : \frac{a^{u+v}}{8 c^{7r}} \quad 54. 84 m^{3x} n^{5y} : \frac{49 m^{2x}}{7 n^{4y}}.$$

$$55. \frac{18 a^{2u-v+3w}}{-25 b^{3+m-2n}} : \frac{27 a^{u-2v+5w}}{-5 b^{7+2m-6n}}.$$

$$56. \frac{a^{p+2q-4} b^{p-3q+5}}{a^{p+2q+5} b^{2p-5q+4}} \cdot \frac{a^{2p+5q+3} b^{4p-2q+1}}{a^{p+2q-6} b^{p+q+2}}.$$

$$57. \frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{a^3} \quad 58. \frac{2}{x^5} \cdot \frac{-3}{x^4} \quad 59. \frac{x^2}{y^3} \cdot \frac{x^3}{y^5}.$$

$$60. \frac{3 a^4}{5 b^2} \cdot \frac{-10 a^2}{9 b^5} \quad 61. \frac{1}{m^2} \cdot \frac{1}{m^3} \cdot \frac{1}{m^5}.$$

$$62. \frac{5 a^4 b^8}{-49 c^2 d^4} \cdot \frac{-7 a^3 c^7}{15 b^5 d^2} \quad 63. \frac{3 a^x p}{5 b^m} \cdot \frac{5 b^n}{3 a^y q}.$$

$$64. \frac{1}{a^3} : a^5 \quad 65. \frac{x}{m^3} : \frac{m^4}{y} \quad 66. \frac{-3 u^2}{5 v^3} : \frac{7 v^2}{4 u^5}.$$

$$67. \frac{-9 a^n}{25 b^r} : \frac{3 b^n}{5 a^s} \quad 68. \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x^5} : x^3 \quad 69. \frac{y^2}{z^4} : \frac{z^5}{y^6} : \frac{z^2}{y^4}.$$

$$70. \frac{2 a^m}{-15 b^p} \cdot \frac{-9 a^n}{b^q} : \frac{b^s}{5 a^r}.$$

§ 69.

Besondere Fälle.

1. $a^5 \cdot a.$ 2. $x^4 \cdot (-x).$ 3. $u \cdot u.$ 4. $p \cdot p^n.$
5. $2y \cdot (-3y^r).$
6. $b^{13} : b.$ 7. $(-y^8) : (-y).$ 8. $k^m : k.$ 9. $12 z^s : 4 z.$
10. $x^9 : x^8.$ 11. $15 a^5 : 5 a^4.$ 12. $27 a^5 b^3 c^2 : (-9 a^4 b^2 c).$
13. $a^{7-m} \cdot a^{m-6}.$ 14. $5 x^{3n-5} \cdot 3 x^{6-3n}.$ 15. $i^{m+1} : i^m.$

16. $f^x : f^{x-1}$. 17. $g^{n+7} : g^{n+6}$. 18. $(-9 a^{3n+5}) : 18 a^{3n+4}$.
 19. $r^{m-5} : r^{m-6}$. 20. $4 p^{x+5} q^{y-4} r^z : 12 p^{x+4} q^{y-5} r^{z-1}$.
 21. x^0 . 22. p^0 . 23. $(7mn)^0$. 24. $(-3ab)^0$. 25. 25^0 .
 26. $(\frac{2}{3})^0$. 27. $r^x \cdot r^0$. 28. $p^5 : q^0$. 29. $x^5 : x^5$.
 30. $3b^7 : (-b^7)$. 31. $x^m : 5x^m$. 32. $3a^5 b^4 c^2 : 5a^3 b^3 c^2$.
 33. $x^{4n+3} : m x^{4n+3}$.
 34. $27 a^{2m+7} b^{3n-5} c^{4r+3} : 36 a^{2m+6} b^{3n-5} c^{4r+3}$.

§ 71.

Potenz einer Potenz.

1. $(a^2)^2$. 2. $(x^3)^5$. 3. $(a^x)^y$. 4. $(2^2)^2$. 5. $(2^3)^2$.
 6. $(2^2)^3$. 7. $(5^2)^3$. 8. $(10^2)^4$. 9. $(2^4)^3$. 10. $(a^n)^2$.
 11. $(a^3)^m$. 12. $(3^n)^2$. 13. $(5^2)^x$.
 14. $(a^2 b^3)^2$. 15. $(x^3 y^4 z)^4$. 16. $(2 u^2 v^4 w)^3$.
 17. $(3^2 p^n q^3 r^m)^4$. 18. $(5^2 a^2 b^4 c^5)^n$. 19. $(2^2 \cdot 3^n a^4 b^m c^5)^x$.
 20. $\left(\frac{a^2}{b^5}\right)^2$. 21. $\left(\frac{m^2}{n}\right)^3$. 22. $\left(\frac{2 a^2 b}{c^4}\right)^5$. 23. $\left(\frac{5 x^3 y}{3 z^2}\right)^3$.
 24. $\left(\frac{2 a^n x^2}{3 b^r y^3}\right)^m$. 25. $\left(\frac{3^2 x y^4 z^n}{2^4 u^r v^3 w}\right)^5$. 26. $\left(\frac{2^2 a^3 b^m c^n}{3^4 d^r e^s f^5}\right)$
-

Verlag von Theodor Ackermann, k. Hof-Buchhändler in München.

Bauschinger, J., Untersuchungen über die Bewegung des Planeten Merkur. 59 S. Lex. 8^o. 1884. M. 1.60.

Decher, Otto, Die Prismentrommel, Zweite Auflage. Mit 1 Titeltupfer, 27 Figuren im Text und 1 Tafel zum Abstecken von Kreisbogen. [3 S.] IV u. 52 S. Lex. 8^o. 1888. M. 2.

Franke, Dr. J. H., Technische Anleitung zu den trigonometrischen Netz- und Koordinaten-Rechnungen in der Kataster- und Forst-Vermessung. Ein Handbuch für Trigonometrier und Vermessungsingenieure bearbeitet auf Grund der Hauptvorschriften der K. bayerischen Vermessungs-Instruktion mit vergleichender Erörterung weiterer technischer Anweisungen. Mit vier Tafeln. VIII, LXIV und 170 S. Lex. 8^o. 1889. M. 7.

Günther, Siegmund, Grundlehren der mathematischen Geographie und elementaren Astronomie zum Gebrauche in höheren Mittelschulklassen und bei akademischen Vorträgen. Zweite, durchaus umgearbeitete und vermehrte Auflage. XI und 157 S. gr. 8^o mit 52 Textillustrationen. 1886. M. 2.

Knilling, Rudolf, Zur Reform des Rechenunterrichts in den Volksschulen.

Erste Abteilung. Mein Programm. — Kritik der pestalozzischen, grubeschen und gegenwärtigen Rechenmethode. IV u. 172 S. gr. 8^o. 1884. M. 1.40.

Zweite Abteilung. Fortsetzung und Schluß des theoretischen Theiles. Beschreibung des Rechentisches, Teillineals und verbesserten Zweifaches. Praktischer Teil. VIII u. 268 S. gr. 8^o. 1886. M. 3.60.

Lüroth, Jakob, Grundriss der Mechanik. VI u. 80 S. 8^o. 1881. M. 1.40.

Rechnagel, Georg, Ebene Geometrie für Schulen. Dritte verbesserte und vermehrte Auflage. Mit eingedruckten Holzschnitten. X u. 208 S. gr. 8^o. 1885. M. 2.

— Thermometrische Versuche. Mit 1 lithograph. Tafel. [IV u.] 44 S. gr. 8^o. 1863. M. —.60.

Schmidt, Max, Über den praktischen Wert Naudet'scher Aneroide. Nach den Resultaten einer Anzahl vergleichender Beobachtungen und Höhenmessungen mit drei Naudet'schen Aneroiden. 21 S. Lex. 8^o. 1876. M. 1.

- Schüler, Wilhelm Friedrich**, Neue Theorie des Imaginären in der Funktionenrechnung und der analytischen Geometrie. 56 S. gr. 4^o. 1878. M. 4.
- Lehrbuch der analytischen Geometrie des Punktes, der Geraden, und der Kegelschnitte, dann der Strahlbüschel und Punktreihen (projektivische Geometrie). Mit Übungsaufgaben. Mit 4 Tafeln in Steindruck. XI u. 247 S. gr. 8^o. 1879. M. 4.80.
- Sickenberger, A.**, Leitfaden der Arithmetik nebst Übungsbeispielen. 4. Auflage. Mit 16 Holzschnitten. IV u. 192 S. gr. 8^o. 1888. M. 1.60.
- Leitfaden der elementaren Mathematik.
Erster Teil: Algebra. Zweiter Teil: Planimetrie. Dritter Teil: Stereometrie und Trigonometrie. 1888. à M. 1.20.
- Vierstellige logarithmisch-trigonometrische Tafel zum Schul- und Handgebrauch zusammengestellt. 8 S. Lex. 8^o. 1888. M. —.40.
- Die Determinanten in genetischer Behandlung. Zur Einführung für Anfänger. Zweiter Abdruck. VII und 80 S. 8^o. 1887. M. 1.60.
- Walberer, Joh. Chr.**, Anfangsgründe der Mechanik fester Körper mit vielen Übungsaufgaben zum Schulgebrauche an Gymnasien und verwandten Lehranstalten. Fünfte durchgesehene Auflage. Mit 52 Holzschnitten. VI u. 166 S. gr. 8^o. 1885. M. 2.40.
- Leitfaden zum Unterrichte in der Arithmetik und Algebra an Gymnasien und verwandten Anstalten. Zweite, durchgesehene und mit Übungsbeispielen versehene Auflage. VII u. 152 S. gr. 8^o. 1884. M. 1.60.
- Wenz, G.**, Zusammenstellung der wichtigsten arithmetischen und algebraischen Sätze in Formel, Wort und Beispiel. Ein Handbüchlein für den Rechen-Unterricht.
Erste Abteilung: Die Rechnungsarten für die Volks- und Mittelschulen. [IV u.] 32 S. 8^o. 1873. M. —.30.
Zweite Abteilung: Die Rechnungsarten für die höhern Lehranstalten. [IV u.] 58 S. 8^o. 1873. M. —.45.
- Die Reform des geographischen Unterrichts in Schulen, Seminarien and anderen Unterrichts-Anstalten. Mit 4 Figurentafeln. 28 S. Lex. 8^o. 1874. M. —.80.
- Winter, Wilhelm**, Lehrbuch der Physik zum Schulgebrauch bearbeitet. VIII u. 495 S. gr. 8^o. 1886. M. 4.80.
gebunden M. 5.20.

Druck von C. Brügel & Sohn in Ansbach.

Sickenberger, Adolf

Übungsbuch zur Algebra

Bd.: 1

1890

Math.p. 527 ng-1/2

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11651717-1